Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2017

RITA SILVA VALENTE

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS REALISTAS COM ALUNOS DO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2017

RITA SILVA VALENTE

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS REALISTAS COM ALUNOS DO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Relatório de Estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Ensino de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro e da Doutora Lúcia Maria Teixeira Pombo, Cientista Convidada do Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF).

dedicatória

Aos meus pais.

o júri

presidente

Prof. Doutor Rui Marques Vieira
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Prof.ª Doutora Fátima Regina Gouveia Fernandes Jorge
Professora Adjunta do Instituto Politécnico de Castelo Branco

Prof.ª Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

agradecimentos

À Professora Doutora Teresa Neto a quem agradeço em especial pela orientação, disponibilidade, aprendizagens proporcionadas e sugestões ao longo do trabalho.

À Professora Doutora Lúcia Pombo, pelo convite para integrar este trabalho no Projeto EduPARK, um projeto tão desafiante e rico. Agradeço também a toda a equipa EduPARK pelo trabalho colaborativo, entrega e disponibilidade.

À minha amiga Ana Gonçalves, o meu par de estágio. Juntas constituímos "a parelha que mais se emparelhou".

À Vitória, não só por toda a caminhada académica, mas essencialmente porque durante este percurso nunca desatou a sua mão da minha. Com o tempo muita coisa muda, mas a nossa verdadeira amizade não.

À Paula, por acrescentar aos meus dias aventuras e inúmeras alegrias e gargalhadas, daquelas que fazem doer a barriga e até mesmo chorar.

À Ana Costa, por escutar-me e apoiar-me durante as minhas lamentações e incertezas. Agradeço a presença, todo o apoio e carinho.

A toda a minha família, por sempre me apoiar e incentivar a alcançar os meus objetivos. Um agradecimento em especial aos meus pais, irmão e avós.

Ao Rafael, um agradecimento em especial, pela paciência e compreensão, por gostar de mim e acreditar em mim.

palavras-chave Projeto EduPARK, Educação Formal e Não Formal, Matemática Realista, Etnomatemática, Geometria e Medida, Volume

resumo

Desenvolvido na Unidade Curricular Prática Pedagógica Supervisionada e no Seminário de Orientação Educacional do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, o presente relatório visa analisar procedimentos, dificuldades e a motivação dos alunos na realização de problemas envolvendo contextos realistas realizados em sala de aula e em contexto *outdoor,* no âmbito do Projeto EduPARK.
Este estudo foi desenvolvido maioritariamente com uma turma do 6.º ano de escolaridade do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Contudo, um dos momentos apresentados (contexto *outdoor*) foi desenvolvido com alguns alunos de várias turmas do 5.º e 6.º ano de escolaridade, no âmbito da Academia de Verão 2017.
Atendendo ao Programa e Metas Curricular do Ensino Básico de Matemática o estudo desenvolvido pretende dar resposta às questões de investigação que se seguem: i) Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano? e ii) Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?
Com o intuito de dar resposta às questões formuladas, procedeu-se ao desenho e implementação de problemas envolvendo nomeadamente o cálculo de volumes e identificação de sólidos geométricos, apresentando uma ligação ao contexto real crescente, culminando com os problemas contextualizados no Parque Infante D. Pedro de Aveiro (local eleito pelo EduPARK). Desta forma, o presente estudo é sustentado pelos indicadores de Adequação Didática de Godino (2011), pela vertente da Matemática Realista que identifica os contextos como o centro da aprendizagem e pela Etnomatemática que compreende a matemática como uma realidade social e cultural.
Face às questões de investigação, procedeu-se à realização de um estudo de natureza qualitativa, mais especificamente de investigação-ação. Desta forma, a recolha de dados foi realizada através de produções escritas, observação direta por parte do investigador, registo áudio, registo audiovisual e inquérito por questionário.
Relativamente aos resultados obtidos, estes revelam que os problemas relacionados com o contexto real e quotidiano dos alunos promovem a motivação na sua concretização, evidenciando-se algumas estratégias e dificuldades.

keywords

EduPARK Project, Formal and Non-formal Education, Realistic Mathmatical Education, Ethnomathematic, Geometry and Measurement, Volume

abstract

Developed in the Supervised Pedagogical Practice Course and in the Educational Orientation Seminar of the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education, this internship report aims to analyze procedures, difficulties and motivation of students in solving problems involving realistic contexts developed in classroom and in outdoor context, within the scope of the EduPARK Project.

This study was developed mainly with a student's group of the 6th grade of the 2nd Cycle of Basic Education. However, one of the moments (outdoor context) was developed with some students of various classes of the 5th and 6th grades, in the scope of Summer Academy 2017. Towards the Program and Curricular Goals of Basic Mathematics, the study aims to answer the research questions that follow: i) What strategies for problem-solving involving realistic situations are used by students in a 6th grade class? and (ii) What is the contribution of the use of EduPARK mobile application in the promoting of active learning?

To answer the questions, problems involving the calculation of volumes and identification of geometric solids were designed and implemented. Those problems comprised a growing connection with the realistic contexts, culminating with problems within the Infante D. Pedro Park context (place chosen by the EduPARK). In this sense, the present study is supported by Juan Godino's didactic adequacy indicators (2011), by the Realistic Mathematics component that identifies the contexts as the center of learning and by the Ethnomathematics that understands mathematics as a social and cultural reality.

Towards the research questions, a qualitative study was conducted, more precisely, a research-action study. In this way, the data collection was done through written productions, direct observation by the researcher, audio record, audiovisual record and questionnaire survey.

Regarding the results obtained, it shown that the problems related to the real and daily context of the students promote the motivation but also show some strategies and difficulties.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE ESQUEMAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Pertinência e Motivação

As tecnologias assumem uma presença cada vez maior na atividade humana e no dia a dia, não só dos adultos, como também dos jovens e das crianças e a escola não pode rejeitar esta realidade. Pois "Uma escola que não proporcione aos seus alunos e professores a oportunidade de se poderem envolver […] no desenvolvimento de novas aprendizagens falha necessariamente nos seus objetivos" (Ponte & Canavarro, 1997, p. 24). Nesta linha de pensamento, torna-se relevante falarmos das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) e das suas potencialidades nas escolas, pois através destas torna-se possível "[…] a criação de espaços de interação e partilha, pelas possibilidades que fornecem de comunicação e troca de documentos" (Ponte, 2002, p. 20). Assim, a utilização de ferramentas tecnológicas muda as práticas de sala de aula, na medida em que "[…] o ensino transforma-se em construção e descoberta, o professor passa de transmissor a facilitador e a ênfase na absorção de conteúdos desloca-se para a ênfase na procura crítica e reflectida de informação" (Tapscott, 1999 citado por Moreira, 2002, p. 9).

Cabe às escolas proporcionar atividades que acompanhem as tendências da utilização da tecnologia de forma a que as aprendizagens sejam mais interativas e inovadoras. Para isso, "[…] as instituições educativas têm a responsabilidade e obrigação de fornecer aos alunos ferramentas que simulem ambientes de aprendizagem do mundo real" (Moura, 2009, p. 57 citada por Cruz & Meneses, 2014, p. 283). Posto isto, a motivação surgiu precisamente da relação entre a necessidade anteriormente mencionada e uma outra necessidade: a de proporcionar aos alunos uma aprendizagem matemática significativa e ativa.

Problemática

A matemática é vista pelas crianças "[…] como algo que é preciso fazer, mas que é difícil de compreender" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 79). A disciplina da "[…] Matemática é ensinada de modo a ser difícil. Tudo começa pelos currículos, que apontam para a abstração precoce e privilegiam a quantidade dos assuntos em relação à qualidade das aprendizagens" (Almeida, 2005, p. 18). Desde cedo, as crianças vêm a matemática como uma disciplina difícil e que as preocupa, sem qualquer grau de motivação para a sua aprendizagem. O facto de a matemática ser considerada uma disciplina difícil, leva à fomentação da falta de motivação dos alunos que é uma das principais causas do insucesso do ensino-aprendizagem da matemática (Almeida, 2005).

O ensino da matemática encontra-se "[…] muitas vezes baseado em listas infindáveis de objetivos, em estratégias delineadas com todo o pormenor, […] muitas vezes falhas de criatividade e de real interesse, em livros de texto com páginas e páginas de exercícios […]" (Fernandes, 1991, p. 29), levando os alunos a considerarem que "[…] os assuntos tratados nas aulas não despertam grande interesse. Muitas vezes isso não resulta propriamente dos assuntos em si, mas da forma como são apresentados, de maneira formal, rígida, como matérias a aceitar e não como problemas a investigar" (Ponte & Canavarro, 1997, p. 24). Neste sentido, o recurso frequente a "[...] uma abordagem altamente verbal do ensino não é significativa para as crianças mesmo quando acompanhada de gravuras e demonstrações" (Matos & Serrazina, 1996, p. 33), uma vez que o conhecimento matemático não deve ser transmitido, mas essencialmente construído pelo aluno (Matos & Serrazina, 1996).

Desta forma, "Ignora-se de um modo geral a importância da diversificação das representações, a necessidade de tomar os conhecimentos dos alunos como ponto de partida das aprendizagens e a importância da interação social […], persistindo-se […] a imagem da Matemática como algo […] inacessível" (Almeida, 2005, p. 19). É necessário deixar de associar a matemática a algo estático "e passar a considerá-la como uma disciplina essencialmente criativa que se experimenta, que se conjectura, que se questiona, que tem os seus avanços e recuos, que é aliciante" (Cabrita, 1991, p. 61).

Tal como os autores referidos anteriormente, NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2014), aponta como uma problemática o facto de se considerar a matemática como uma área estudada na escola para aprender e praticar procedimentos usando números e símbolos. E neste sentido, a matemática "[…] é frequentemente tratada como sendo uma área do conhecimento humano desligada da realidade e do quotidiano onde o indivíduo encontra-se inserido" (Chagas, 2003, p. 243). É muito comum as crianças questionarem os professores acerca da utilidade das temáticas abordadas, com perguntas do tipo "Para que seve isto?" e "Onde vou utilizar aquilo?" (Chagas, 2003). Portanto, "Se pretendermos que os alunos, para além de saber Matemática, saibam também como a aplicar, então temos de dedicar atenção a ambas as competências no processo de ensino/aprendizagem" (Ponte, 1992, p. 99). Para isso, o professor deve conectar a matemática às atividades da vida diária, assim como utilizar as ideias dos alunos (conhecimento prévio) para propor a execução de tarefas, atividades e projetos (Matos & Serrazina, 1996).

Claro está que "[…] forçar o aluno a estar numa atitude passiva e unicamente de receptor é uma perda de tempo e uma das causas de insucesso […] não se aprende se não se está envolvido […] só aprendemos o que vivemos, tudo o resto esquecemos" (Monteiro, 1989 citado por Cabrita, 1991, p. 46). A aprendizagem para além de se desenvolver através da exploração individual dos alunos, estes devem aprender uns com os outros, devem interagir e comunicar, isto é, tornarem-se participantes ativos na construção do seu conhecimento (Matos & Serrazina, 1996). Desta forma,

"[…] as atitudes em relação à matemática serão influenciadas pelo tipo de experiência […] e pelas características pessoais desse indivíduo" (Almeida, 1991, p. 39). Caso o professor não apresente uma situação de interesse para os alunos, não adote uma linguagem apropriada e não desafie e estimule os alunos com tarefas adequadas, poderá trazer como consequência o desinteresse das crianças pela matemática (Ponte, 2003). "É necessário fornecer experiências que encorajem e permitam aos alunos dar valor à matemática, ganhar confiança nas suas capacidades matemáticas, tornar-se em solucionadores de problemas matemáticos, comunicar matematicamente e raciocinar matematicamente" (Silva, 1991, p. 16).

Em síntese, ver a matemática descontextualizada da realidade do quotidiano constitui-se como a problemática a ser trabalhada. E é neste seguimento que surge o projeto "EduPARK: *Mobile Learning*, Realidade Aumentada *Geocaching* na Educação em Ciências - um projeto inovador de investigação e desenvolvimento" que constitui a base do trabalho deste relatório, o qual se foca na resolução de problemas numa aplicação móvel em contexto real (Parque Infante D. Pedro).

Questões e Objetivos da Investigação

A problemática identificada centra-se na importância de promover experiências matemáticas que envolvam contextos do quotidiano e próximos dos alunos, de forma a que desenvolvam neles atitudes positivas face à matemática. Aliando esta problemática à necessidade de acompanhar as tendências da utilização da tecnologia, surgem os contextos ligados ao quotidiano e em especial ao Parque Infante D. Pedro da cidade de Aveiro, local de eleição do Projeto EduPARK (projeto que integra a tecnologia no processo de ensino aprendizagem). Atendendo aos contextos procede-se ao desenvolvimento do desenho e implementação e, posterior, avaliação de problemas ligados a situações da vida real para uma turma do 6.º ano de escolaridade do 2.º Ciclo do Ensino Básico, uma vez que esta corresponde à turma com a qual se desenvolve a Prática Pedagógica Supervisionada.

Apresentado o problema que servirá de mote à investigação, são enunciadas as questões cuja resposta se pretende dar através do presente estudo. Por conseguinte, as questões de investigação são as seguintes:

- Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano?
- Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?

Definido o problema e as questões de investigação, enunciam-se agora os objetivos que o presente estudo pretende concretizar:

- Identificar os procedimentos utilizados e dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo situações reais matemáticas;
- Analisar a motivação e o interesse dos alunos em contextos de sala de aula (formal) e em contextos de aprendizagem *outdoor*, como é o caso da atividade proposta pelo EduPARK na Academia de Verão 2017 (não formal).

Organização do Estudo

Desenvolvido no âmbito da Prática Pedagógica Supervisionada, este relatório reflete parte do trabalho desenvolvido ao longo do ano letivo 2016-2017 na área da matemática no 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Apresenta-se, primeiramente, uma breve introdução onde se focam a motivação e pertinência deste estudo, assim como a problemática, as questões de investigação e os objetivos. Segue-se a organização do relatório em cinco capítulos.

O primeiro capítulo (Enquadramento Teórico do Estudo) é constituído por uma síntese da literatura consultada e estudada que teve como campos de pesquisa temas como: Espaços de Educação Formal, Não Formal e Informal; o Projeto EduPARK onde se focaram os tópicos de Tecnologias de Informação e Comunicação como o *Mobile Learning* e a Realidade Aumentada; Educação Matemática e a sua vertente Realista; a Etnomatemática; a Geometria e Medida no Programa de Ensino Básico e ainda o conceito de Adequação Didática e seus Indicadores

Relativamente ao segundo capítulo (Enquadramento Metodológico do Estudo), este enquadra-se numa metodologia de natureza qualitativa de Investigação-Ação. Como tal, este capítulo apresenta, de forma descritiva as opções metodológicas, a caracterização dos participantes, as fases do estudo e as técnicas e instrumentos utilizados na recolha de dados e na respetiva análise.

Já no terceiro capítulo intitulado “Unidade de Ensino e Desenho de Problemas Matemáticos para o Guião Didático do Projeto EduPARK”, são apresentados os problemas desenvolvidos em sala de aula relativos ao domínio de Geometria e Medida, concretamente, problemas envolvendo o volume de sólidos geométricos e ainda os problemas desenhados no âmbito da Academia de Verão, proposto pelo projeto EduPARK desenvolvidos em sala de aula e em ambiente *outdoor*, no Parque Infante D. Pedro, em Aveiro.

Quanto ao quarto capítulo, este diz respeito à Análise e Tratamento dos Resultados, nomeadamente à análise dos problemas implementados em sala de aula e em contexto outdoor tendo como base os procedimentos utilizados, as dificuldades e a linguagem. Em adição, analisam-se os inquéritos por questionário e as transcrições orais dos sujeitos durante a realização da atividade proposta pelo EduPARK no âmbito da Academia de Verão, em contexto *outdoor*.

Por último, no quinto capítulo, apresentam-se as principais conclusões do estudo que, com base na análise efetuada, dão resposta às questões de investigação inicialmente definidas. Ainda neste capítulo expõem-se as limitações do estudo e uma reflexão final.

CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO TEÓRICO DO ESTUDO

No presente capítulo são apresentadas algumas teorias fundamentadas acerca das temáticas em estudo. Inicia-se por abordar brevemente os espaços de Educação Formal, Não Formal e Informal, dando um maior enfase ao Formal e Não Formal. Apresenta-se o Projeto EduPARK e um quadro teórico a esse associado, nomeadamente a Aprendizagem Multimédia e Interativa, o *Mobile Learning* e a Realidade Aumentada. Relativamente à Educação Matemática, o foco é colocado nas vertentes associadas aos aspetos do dia a dia e culturais dos alunos, nomeadamente a aspetos da Matemática Realista e da Etnomatemática. Aborda-se ainda o domínio da Geometria e Medida, com base no Programa do Ensino Básico. E, por fim, retrata-se o conceito de Adequação Didática e os seus Indicadores segundo Juan Godino (2011).

1.1. Contextos de Educação

1.1.1. Formal, Não Formal e Informal

Todas as experiências desenvolvem um efeito formativo no desenvolvimento do pensamento, dos sentimentos e das ações dos indivíduos (Melnic & Botez, 2014, p. 113). Neste sentido, juntamente com a Educação Formal, a Educação Não Formal e a Informal constituem partes integrantes da aprendizagem ao longo da vida (Yasunaga, 2014). Uma vez que a Educação Formal por si só não desenvolve totalmente os indivíduos, surge a necessidade de utilizar outros contextos (não-formais) da comunidade envolvente, para que se desenvolva uma aprendizagem mais contextualizada. Assim, a Educação Informal e a Não Formal surgem de forma complementar à aprendizagem Formal (Cascais & Terán, 2014).

A E**ducação Formal** é "[…] intencional; orientada por um currículo […]; altamente estruturada e organizada […], da responsabilidade de um estabelecimento de ensino ou de formação […]; centrada na figura do professor e do aluno e avaliada quantitativamente […]" (Rodrigues, 2011, p.44). Assim, a Educação Formal é aquela que acontece em contextos *indoor* ou *outdoor*, onde as aprendizagens são intencionais, podem ser alvo de avaliação e que vão ao encontro dos programas e metas estabelecidos para cada ano de escolaridade.

Direcionando o foco para a **Educação Não Formal**, esta "[…] é aquela que se aprende "no mundo da vida" via os processos de compartilhamento de experiências, principalmente em espaços e acções coletivas cotidianas" (Gohn, 2006, p. 28). "É um processo de aprendizagem social […]. É estruturada […], organizada […] e intencional. […] Os resultados da aprendizagem individual não são julgados, o que não significa que não haja avaliação. […] Não depende de uma instituição de ensino ou de formação." (Rodrigues, 2011, p.44). Assim, "[…] a educação não-formal […] está voltada para a utilização de vários contextos educativos onde se pode proporcionar uma aula mais dinâmica, isto pode levar o estudante à apreensão de conteúdos previstos no currículo do espaço formal […]" (Cascais & Téran, 2014).

Melnic e Botez (2014), afirmam que "In going from formal to non-formal education, we are perforce displacing the "centre of gravity" from the process of the professor/school system, to the student" (p. 115). A Educação Não Formal desenvolve nos indivíduos capacidades, melhora a coesão social e fomenta a responsabilidade como futuros cidadão, uma vez que o centro do processo de aprendizagem é o aluno. Desta forma, "aprender para conhecer" e "aprender para fazer" que costumavam ser o foco da educação, passam a possuir outras duas dimensões, nomeadamente "aprender a ser" e "aprender a viver juntos" (Yasunaga, 2014). Segundo Paixão e Jorge (2014), a interação entre os contextos formal e não formal proporcionam aos alunos aprendizagem múltiplas, uma vez que fomentam aprendizagens não só curriculares, como também provocam maior motivação e interesse.

Para além disto, Yasunaga (2014), caracteriza a Educação Não Formal com alto grau de flexibilidade e abertura para mudar e inovar as práticas educativas. Desta forma, deve-se pensar na "[…] articulação da educação formal com a não-formal para dar vida e viabilizar mudanças significativas na educação e na sociedade como um todo" (Gohn, 2006, p. 37). Este mesmo autor caracteriza a Educação Não Formal atendendo ao agente do processo de aprendizagem, aos contextos onde ocorre esse processo, assim como a situação, as finalidades e os principais atributos na educação. Tendo por bases estes critérios, segue-se a tabela-síntese das características da Educação Não Formal.

Tabela 1 - Características da Educação Não Formal (adaptado de Gohn, 2006).

Agente	Espaços	Contexto	Finalidades	Atributos
Aquele com quem interagimos ("o outro").	Locais que integrem as trajetórias de vida do grupo e/ou indivíduo: - fora da escola; - locais informais; - locais onde ocorrem processos interativos intencionais.	Ambientes e situações interativas coletivas; Intencionalidade na ação, no ato de participar, de aprender e transmitir e trocar saberes.	Formar cidadãos capazes de usar o conhecimento para o mundo.	Construção da identidade coletiva e desenvolvimento da solidariedade entre o grupo;

As atividades em contextos não-formais permitem aos alunos compreenderem o mundo, formando-os para serem capazes de agir perante as adversidades, desenvolvendo conhecimentos, capacidades e atitudes. Neste sentido, os contextos não formais permitem, segundo Melnic e Botez (2014):

- interagir em contextos fora da sala de aula com características culturais institucionais e organizacionais;
- armazenar conhecimento especial;
- valorizar os recursos e potencialidades de um local;
- atrair todos os indivíduos, integrando-os;
- aprender através da experiência;
- estimular a criatividade;
- contribuir para o desenvolvimento pessoal;
- levar ao reconhecimento do alcance de certas competências;
- desenvolver autoconfiança;
- alargar horizontes;
- melhorar competências de comunicação;
- consolidar aprendizagens.

A **Educação Informal**, por sua vez, ocorre ao longo da vida e das ações do quotidiano e, por isso, não é orientada. Trata-se, portanto, de uma aprendizagem espontânea que ocorre em contextos como a família e grupo de amigos (Gohn, 2006). Na aprendizagem informal, quem a executa não tem intencionalidade, por isso, as atividades ou processos desenvolvidos, embora sem intensão, produzem aprendizagens de "algum conteúdo considerado valioso" (Rodrigues, 2011).

Em forma de conclusão, a aprendizagem implica a compreensão dos conhecimentos e conteúdos ("aprender a conhecer"), assim como a capacidade de usar esses mesmos conhecimentos na prática, isto é, nas ações do quotidiano ("aprender a fazer"). No entanto, para facilitar essa compreensão e aplicação, é indispensável a interação social que possibilita a aprendizagem uns com os outros ("aprender a viver juntos"), assim como a fomentação da autonomia, a independência e o espírito crítico ("aprender a ser"), que permitem a atuação responsável no contexto e na sociedade que os rodeia (Cascais & Téran, 2014). É neste sentido que surge o EduPARK, um projeto que visa desenvolver aprendizagens formais e não formais num património cultural da cidade – o Parque Infante D. Pedro.

No caso deste estudo, em particular, e no que respeita à atividade *outdoor* desenvolvida, a Academia de Verão 2017, insere-se no âmbito de uma Educação Não Formal, pois trata-se de uma atividade proposta para alunos já fora do ano letivo, que não foram acompanhados pelos seus professores nem foram alvo de avaliação curricular. Trata-se de uma aprendizagem acrescida e voluntária por parte dos alunos que nela se inscreveram. A Academia de Verão, que ocorre em julho, na Universidade de Aveiro integra atividades diversas para alunos de vários níveis de ensino.

No caso particular, o Projeto EduPARK propôs desenvolver a atividade “Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade” para alunos do 5.º e 6.º anos de escolaridade. Foi com base nesta atividade que este trabalho desenvolveu a componente *outdoor*, como complemento da atividade desenvolvida em sala de aula (Educação Formal) com uma turma do 6.º ano.

1.2. Projeto EduPARK

O EduPARK tem como finalidade a criação de uma aplicação com diversos desafios originais, atrativos que estimulem a motivação e o desejo pela aprendizagem interdisciplinar em Ciências em contexto fora de sala de aula, nomeadamente no parque Infante D. Pedro, de Aveiro. Com recurso a dispositivos móveis, os utilizadores como professores e alunos desde o Ensino Básico ao Ensino Superior, têm acesso à aplicação que integra recursos em Realidade Aumentada, explorando o local através de uma aprendizagem autêntica e em contexto (Pombo & Marques, 2017).

O projeto tem como principal objetivo desenvolver "[…] boas práticas educativas, onde se valorizam as interações digitais e sociais através da utilização de tecnologia inovadora, combinando os mundos real e virtual […]". Isto é, através da articulação da tecnologia com práticas de ensino ao ar livre, "[…] pretende-se que os alunos explorem o local, estabeleçam conceções com os conteúdos abordados em sala de aula e os partilhem com os colegas, favorecendo, desta forma, o desenvolvimento de aprendizagens significativas" (Pombo, 2016).

Tanto o logotipo como a mascote do projeto remetem para uma macaca, pois em tempos o parque foi habitado por uma macaca, sendo hoje vulgarmente conhecido como o "Parque da Macaca". A mascote dá pistas do percurso ao utilizador assim como feedback após resposta, caso o utilizador acerte ou erre determinada questão.

Figura 1 - Logotipo do Projeto EduPARK

O EduPARK "[…] pretende contribuir para a integração das tecnologias nas rotinas de aprendizagem dos alunos, com vista à construção de conhecimento e ao desenvolvimento de competências relevantes, tais como a resolução de problemas, o pensamento crítico, analítico e criativo, a colaboração e o trabalho de equipa" (Pombo, et al., 2017, p.23). Para além desta dimensão educacional, a aplicação visa estender-se ao turismo e ao público em geral. Isto porque ao passearem pelo parque, os utilizadores poderão também adquirir alguns conhecimentos sobre a cultura, costumes e história da cidade e ao mesmo tempo sobre alguns conceitos e/ou temáticas não só de ciências, como também de outras áreas.

Embora o projeto esteja direcionado para a aprendizagem em ciências, foi dada a liberdade de deslocar esse foco para a matemática. Neste sentido, as questões e problemas desenvolvidos neste estudo são relacionados com a área da matemática.

1.2.1. Aprendizagem Multimédia e Interativa

Tendo por base o desenvolvimento de uma aplicação móvel, o EduPARK promove uma aprendizagem ativa, autêntica e interativa, tendo por base vários recursos digitais, dos quais se destaca os conteúdos em Realidade Aumentada. Importa, por isso, compreender o conceito e as características deste tipo de aprendizagem. Segundo Bidarra, Guimarães e Kommers (2004) citados por Bidarra (2009), o processo de ensino-aprendizagem "virtual" assenta numa "aprendizagem situada", em que as atividades para além de estarem dependentes de um contexto, têm de ser reais e integradas na realidade quotidiana. Assenta também numa aprendizagem em rede, uma aprendizagem que implica a interação social. E, por fim, assenta ainda na teoria do construtivismo, permitindo que os indivíduos construam o seu conhecimento a partir de conhecimentos que já detenham, tornando-os, portanto, mais autónomos.

A aprendizagem interativa baseia-se essencialmente numa relação de comunicação homem-computador. Segundo Barker (1996) citado por Caldas (2003), este diálogo envolve a troca de informação e o controlo da atividade, uma vez que "Nestes ambientes o aluno/utilizador desenvolve um processo de aprendizagem activo e participativo, com características colaborativas e fortemente contextualizado" (p. 12). Os utilizadores analisam os seus pensamentos e conhecimentos, recolhem dados, formulam hipóteses e testam-nas com base em conhecimentos prévios, formando assim novos conhecimentos. Assim, "O processo de adquirir conhecimento através das tecnologias digitais passou a qualificar-se como flexível, mutável, interligado, dinâmico, não-linear, rico em informação multimédia, público em vez de privado" (Bidarra, 2009, p. 358).

Certamente um indivíduo realiza aprendizagens durante toda a vida e, como tal, é fundamental que desenvolva uma relação positiva e gosto com e pela aprendizagem. Neste seguimento, "[…] a motivação do estudante pode ser aumentada quando o estudante é inserido num ambiente de aprendizagem interativo" (Bidarra, 2009, p. 358) uma vez que estes ambientes proporcionam desafios e desenvolvem a curiosidade.

Segundo Caldas (2003), a interatividade estabelece uma relação de comunicação em que o indivíduo é o centro da relação com o computador. "Os ambientes de aprendizagem multimédia interactivos não deverão representar um objeto passivo, contendo somente informação, mas deverão tornar-se […] o lugar de ensaio, de acesso, de jogo, de reflexão do aluno/utilizador que pesquisa, interpreta, manipula e constrói novos conhecimentos" (Depover, 1998 citado por Caldas, 2003, p. 2). Para que tal aconteça, "O sistema deverá ser capaz de fornecer ao utilizador a possibilidade de recolha de informações, de verificar as suas aprendizagens, de corrigir e ampliar as aprendizagens" (Caldas, 2003, p. 2).

O utilizador deve receber "feedback inteligente" que constitui o nível de interatividade mais elevado. Este feedback constitui uma resposta da fonte de informação que possibilita melhorar e promover o diálogo indivíduo-máquina. Para além disso, pretende-se, através da utilização de dispositivos de multimédia e interatividade a promoção da comunicação, não só de indivíduo-máquina, como também a comunicação entre indivíduos (Schulmmeister, 2001 citado por Bidarra, 2009).

A aprendizagem interativa e multimédia vem então melhorar a compreensão dos conteúdos e tornar a aprendizagem algo agradável, motivadora e positiva. Por isso mesmo, "É importante criar e desenvolver formas de estruturar o conteúdo em suporte tecnológico, integrando-o no espaço e no tempo de um modo harmonioso, mas sem se perder de vista os objetivos curriculares pré-estabelecidos" (Bidarra, 2009, p. 365).

1.2.2 Mobile Learning

A tecnologia assume um papel crucial cada vez mais acentuado no dia a dia das crianças. Atualmente, possuir um telemóvel é já considerado como uma necessidade, uma vez que é possível aceder a informação em qualquer momento ou espaço, tornando-se assim uma grande atração para os utilizadores. O seu uso em contexto educativo torna-se, desta forma, quase imprescindível (Junior & Coutinho, 2008).

A aprendizagem através do *Mobile Learning* permite, segundo Quinn (2001) citado por Carvalho (2015), o "consumo de conteúdos, interação com as capacidades computacionais dos dispositivos móveis, capacidade de comunicar com os outros e a possibilidade de facilmente se capturar o contexto, através de vídeo, imagem áudio, localização e tempo" (p.9). Por outras palavras, um dispositivo móvel pode desempenhar exatamente as mesmas tarefas que um computador, mas de forma móvel e "ubíqua" (Junior & Coutinho, 2008).

Os dispositivos móveis como o telemóvel podem ser integrados em diferentes atividades de aprendizagem, quer em contexto formal, quer em contexto não-formal permitindo, dessa forma as seguintes utilidades:

- a extensão das salas de aula para além da sua localização física;
- o uso das TIC nas salas de aula;
- o envio de mensagens;
- a ceder a informação caso não possuam um computador;
- comunicação entre alunos e professor, ultrapassando as barreiras institucionais;
- elaboração do trabalho de campo fora da sala de aula, como consultar livros (e-books);
- aceder a informação como horários e datas de testes (Metcaf, 2001; Bottentuit Junior & Coutinho, 2006; Bottentuit Junior & Coutinho, C. P. 2007; Bottentuit Junior,

> Negretti & Coutinho, 2007 & Paes & Moreira, 2007, citados por Junior & Coutinho, 2008, p. 2103)

Deste modo, Naishmith et al. (2004), citados por Moura e Carvalho (2010), consideram como particularidades destes dispositivos:

> "Portabilidade – o pequeno tamanho e peso do dispositivo permite levá-lo para diferentes locais; interação social – troca de dados e colaboração com outros utilizadores; sensibilidade ao contexto – é reunir e responder aos dados reais ou simulados no local, ambiente e tempo; conectividade – pode-se criar uma rede partilhada conectando dispositivos móveis a dispositivos, ou a uma rede comum; individualidades – actividades difíceis podem ser apoiadas e personalizadas para aprendentes individuais" (p. 1002).

Muitas são as utilidades dos dispositivos móveis para atividades de cariz educativo. Em particular, "A realidade aumentada pode enriquecer com informação os objetos que vemos. Ou seja, a realidade que nos circunda pode ser "aumentada" com informação acessível através do dispositivo móvel" (Carvalho, 2015, p. 12).

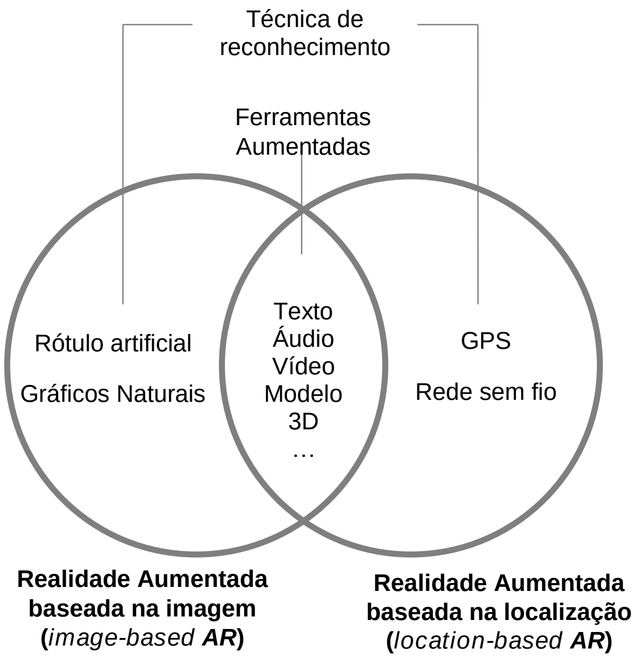
1.2.3. Realidade Aumentada

No mundo atual, cada vez mais se verifica a proliferação de dispositivos de computação móveis, especificamente os smartphones e os tablets. Nesta perspetiva, a sua utilização, por crianças e jovens, com recurso a aplicações com conteúdos em Realidade Aumentada (RA), pode tornar as aprendizagens mais interessantes, significativas e apelativas para as crianças, envolvendo-as e motivando-as. A RA "[…] oferece oportunidades únicas para os processos de ensino-aprendizagem, incluindo o potencial de transformar estes processos complexos em experiências ativas de aprendizagem" (Kesim & Ozarslan, 2012, citados por Gomes & Gomes, 2015 p. 30).

Decerto, "A Realidade Aumentada (RA) é a tecnologia que permite a sobreposição, composição e visualização de objetos virtuais em ambientes do mundo real, em tempo real" (Gomes & Gomes, 2015, p. 29), uma vez que permite ao utilizador ver o mundo real com elementos virtuais sobrepostos em tempo real. A RA tem como características a articulação do real com o virtual, a interatividade em tempo real e o 3D (tridimensionalidade) (Azuma, 1997 citado por Cheng & Tsai, 2012). Para além disso, são reconhecidos dois tipos de Realidade Aumentada: a *image-based* (baseada na imagem) e a *location-based* (baseada na localização). Em ambas "[…] a RA permite que os utilizadores percecionem o mundo real combinado com objetos virtuais (texto, vídeo, gráficos, cenas ou modelos 3D, […], etc.) sobrepostos ao ambiente físico" (Gomes & Gomes, 2015, p. 30).

Neste sentido, Cheng e Tsai (2012) comparam os dois tipos de Realidade Aumentada no esquema que se segue.

Esquema 1 - Realidade Aumentada: baseada na imagem e baseada na localização



Cheng & Tsai (2012)

A *image-based AR* está relacionada, por exemplo, com a deteção e reconhecimento de imagens e gráficos naturais. A *location-based AR* permite, por sua vez, por exemplo, gerar um conjunto de informações através da localização. São notórias as semelhanças e diferenças entre a *image-based AR* e a *location-based AR*. Relativamente às diferenças, enquanto que o reconhecimento de rótulos artificias ou gráficos naturais são as principais características da *image-based AR*, o *GPS* ou a rede sem fio são usados para o conhecimento da posição/localização do utilizador, disponibilizando informações em tempo real no *location-base AR*. Em relação às semelhanças, depois de reconhecido o processo, em ambos os tipos de *AR* são apresentados elementos físicos nomeadamente texto, áudio, vídeo, modelo 3D.

Na perspetiva de Gomes e Gomes (2015), a *RA* pode ser visualizada através de dispositivos de realidade virtual imersivos, como os *Head-mound displays* e através da combinação de um computador com uma *web-cam*, ou através de dispositivos *see-through*, como os smartphones e os tablets. Os dispositivos pequenos como os tablets e os smartphones, os chamados “dispositivos de mãos” são dispositivos computacionais vantajosos para a tecnologia da RA, na medida em que são pequenos e portáteis e, portanto, de fácil deslocação e ainda possuem uma câmara fotográfica, o que exibe grandes potencialidades. Apresentam como ponto menos positivo a possível distorção da câmara fotográfica quando comparado com o que se vê no mundo real (Kesim & Ozarslan, 2012).

A RA, implementada em vários ramos, pode ser também implementada na educação. As aplicações desenvolvidas com base na RA nos "[…] dispositivos móveis, podem contribuir para o desenvolvimento de didáticas e pedagogias inovadoras, as quais, poderão contribuir para eventuais melhorias na qualidade e eficácia dos processos de ensino-aprendizagem" (Gomes & Gomes, 2015, p. 51). Os utilizadores podem manipular objetos virtualmente, podem-se movimentar e visualizar as imagens virtualmente em 3D. Para além disso, prepara as crianças para as tarefas do mundo real através da combinação da informação com os objetos virtuais. "Information conveyed by the virtual objects helps users perform real-world tasks" (Kesim & Ozarslan, 2012, p. 300).

Assim, "Augmented reality has power to change how we use computers" (Kesim & Ozarslan, 2012, p. 301). Desta forma, atingir soluções realistas na educação, implica desenhar, coordenar e implementar projetos de RA para melhorar os conteúdos, contextos e ambientes. Segundo Billinghurst (2002) citado por Kesim e Ozarslan (2012), a experiência de RA na educação proporciona a interação entre os ambientes real e virtual, a manipulação de objetos e uma mudança suave entre a realidade e a virtualidade.

No caso do Projeto EduPARK a RA produz-se com base numa imagem (marcador RA) reconhecida na aplicação, que está inserida em placas de identificação de plantas espalhadas pelo parque ou então por imagens de azulejos que já existem no parque (Pombo & Marques, 2017). Em ambos os casos é possível aceder-se a informação adicional, fotografias e mesmo imagens em 3D, possíveis de se rodarem digitalmente.

Em suma, "[…] a RA procura suplementar o mundo real em vez de o tentar substituir completamente" (Gomes & Gomes, 2012, p. 31). Isto, porque não coloca o utilizador dentro de um mundo virtual, excluindo de certa forma do mundo à sua volta, mas constitui-se antes como "[…] um complemento ao mundo real estando sempre no mesmo contexto […]" (Cardoso, F., 2014, p. 37). Consegue-se, desta forma, oferecer aos utilizadores uma interação entre o real e o virtual combinando a RA com a educação.

1.2.4. O projeto EduPARK na Academia de Verão da Universidade de Aveiro

A Academia de Verão da Universidade de Aveiro, que ocorre em julho, integra diversas atividades para alunos de vários níveis de ensino, sendo que no presente ano (2017), perfez a sua 12.ª edição. "A organização da Academia de Verão está a cargo de uma vasta equipa constituída por docentes, investigadores, quadros técnicos e alunos da Universidade de Aveiro, bem como pessoal técnico da entidade credenciada na organização de campos de férias". São os membros desta equipa que acompanham os participantes nas "[…] atividades científicas em diversas áreas, atividades culturais, desportivas e de lazer", sendo que estas decorrem "[…] nos departamentos e escolas politécnicas responsáveis pelos programas e, no caso das saídas de campo, em diversos locais da cidade ou região” (Universidade de Aveiro, 2017).

No âmbito da Academia de Verão, o Projeto EduPARK propôs desenvolver a atividade “Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade” para alunos do 5.º e 6.º anos de escolaridade (Programa no Anexo I). Nesta atividade os alunos, em pequenos grupos, acompanhados por monitores científicos e com a mobile app do EduPARK, são desafiados a responder a um conjunto de perguntas interdisciplinares. Esta atividade constitui, portanto, um “desafio educativo” em que os alunos além de aprenderem em contexto *outdoor* (Parque Infante D. Pedro de Aveiro), “usufruem de uma caminhada saudável pelo Parque”. Na sequência desta atividade, os participantes, através do uso de tecnologias, refletem sobre a atividade através do preenchimento de um questionário online, usando os computadores disponíveis na sala.

1.3. Educação Matemática

1.3.1. Matemática Realista

A Matemática Realista é uma corrente influenciada por Freudenthal que pretende associar a matemática a situações que permitam que os alunos atribuam significado ao que aprendem. “According to RME, mathematics should be seen as an activity […] and students, rather than being receivers of ready-mathematics, should be active participants in the educational process […]” (Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove, & Tacoma, 2013, p. 56). Desta forma, os alunos devem assumir um papel participativo no processo de construção das suas aprendizagens. Na perspetiva de Alsina (2009), na aprendizagem realista, os estudantes são o centro do processo de aprendizagem e são os principais responsáveis por construir ativamente o seu conhecimento, relacionando novos significados com outros já adquiridos. Neste sentido, o professor tem um papel de facilitador dessa aprendizagem.

Segundo Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove, e Tacoma (2013), a Matemática Realista assume três princípios: “guided reinvention”, “didactical phenomenology” e “emergent modeling”. O primeiro defende que os alunos devem ter a oportunidade de experimentar através de um processo de aprendizagem com orientações do professor, permitindo-lhes “desenvolver a sua própria matemática”. O segundo princípio assume que a matemática contribui para a compreensão dos acontecimentos e fenómenos da realidade do nosso dia a dia. E, por fim, a matemática deve estar assente num processo que permita uma fase progressiva até à abstração, isto é, inicialmente, “surgem [...] “modelos de (situação concretas) […] transformando-se, num “modelo para” o raciocínio matemático e para a resolução de uma grande variedade de problemas contextualizados” (Ponte & Quaresma, 2012, p. 201).

Na perspetiva de Alsina (2009) a Matemática Realista assume seis princípios baseados em De Lange (1996), Freudenthal (1991), Gravemeijer (1994) e outros citados na tabela seguinte.

Tabela 2 - Princípios da Matemática Realista segundo Alsina (2009)

Princípio	**Definição**
Da atividade	Matemática como atividade humana. Finalidade da matemática em compreender o mundo que nos rodeia. Atividade de busca, resolução de problemas, e organização.
Da realidade	Aprendizagem da matemática com base em contextos reais. Os contextos reais são a base da resolução de problemas que são significativos e reais para os alunos.
De níveis	Os alunos passam por diferentes níveis de compreensão: - situacional: no contexto e situação; - referencial: esquematização através de modelos, descrição, entre outros; - geral: exploração, reflexão e generalização; - formal: procedimentos e notações convencionais
De reinvenção guiada	A aprendizagem implica a reconstrução do conhecimento matemático.
De interação	Matemática como uma atividade social. A interação entre os alunos e alunos-professor permite alcançar níveis mais altos de compreensão.
De interconexão	Os diferentes domínios da matemática não podem ser abordados separadamente, devem ser relacionados uns com os outros.

(Alsina, 2009, pp. 121-122)

Treffers e Goffree (1995) e Treffers (1987) citados por Matos e Serrazina (1996) estabelecem cinco aspetos da matemática realista apresentados no quadro seguinte.

Tabela 3 - Aspetos da Matemática Realista segundo Matos e Serrazina (1996)

Problemas de contexto	Formam conceitos e aplicam-nos privilegiando o uso da “base experiencial” prévia dos alunos. Realidade como fonte e domínio de aplicação, tornando os conhecimentos e capacidades aplicáveis.
Modelos	Modelos matemáticos de situações de vida real, representações úteis tanto para a formação de conceitos e aplicações como para os facilitar.
Construções e produções próprias dos alunos	Construção gradual do conhecimento através de métodos informais dos alunos na resolução de problemas. Permite que os alunos reflitam sobre o seu processo de aprendizagem.
Ensino interativo	Com o intuito de atingir os “métodos formais” recorre-se a uma interação (negociação, intervenção, discussão, cooperação e avaliação) dos “métodos não formais”.

Interligação entre os tópicos	A ligação entre os diferentes tópicos é fundamental na matemática realista.

(Treffers & Goffree, 1995 & Treffers, 1987 citados por Matos & Serrazina, 1996, pp. 119-125)

Quando comparados os princípios defendidos por Drijvers, Boon, Doorman, Bokhove, e Tacoma (2013), os defendidos por Alsina (2009) e os defendidos por Treffers e Goffree (1995) e Treffers (1987) citados por Matos e Serrazina (1996), podemos concluir que estes se complementam. De uma forma muito sucinta, apresento os príncipios da Matemática Realista:

- a realidade quotidiana deve ser o centro/ponto de partida para a abordagem de situações matemáticas, para que as crianças desenvolvam uma aprendizagem gradual até alcançarem as estruturas mais abstratas;
- o professor deve assumir o papel de mediador, dando aos alunos oportunidade de reinventarem a matemática, interligando-a e dialogando sobre ela de forma a construírem o seu próprio conhecimento;
- a discussão, a colaboração e a avaliação são essenciais no processo de aprendizagem construtiva. Assim, a aprendizagem deve ser vista como um processo interativo e social em que os alunos são estimulados a explicar, justificar, argumentar e questionar métodos, alternativas e as estratégias utilizadas;
- a aprendizagem da matemática deve ser progressiva, isto é, deve partir de "situações concretas" ou "métodos informais" para alcançar situações abstratas ou "métodos formais".

As situações extraídas da realidade do quotidiano levam a que o aluno necessite "[…] de traduzir a situação ou problema de uma forma que evidencia a relevância e a utilidade da Matemática" (Ponte & Quaresma, 2012, p. 204), permitindo que os alunos sejam capazes de lidar com um grande leque de situações e problemas, podendo estes serem próximos ou não do dia a dia.

Numa abordagem realista, a interação e colaboração entre os alunos, permitem desenvolver uma melhor aprendizagem na medida em que "[…] a través de la interacción entre los miembros de una comunidad de estudiantes, cada aprendiz […] verbaliza su discurso interior […] es decir sus pensamientos, ideas y representaciones acerca del mundo y de su entorno" (Alsina, 2009, p. 124).De forma a procurar soluções e a autoavaliar-se "[…] el estudiante debe aprender a enfrentarse a la propia actuación, a la propia realidad, a los propios problemas y a las propias circunstancias ya a llevar a cabo una reflexión continuada […]" (Alsina, 2009, p. 124). Assim, através da observação e da análise crítica, as crianças procuram uma variedade de estratégias de resolução de problemas e situações, analisando a eficácia das mesmas, desenvolvendo-se, dessa forma, uma aprendizagem autónoma.

Segundo Ponte e Quaresma (2012), as “situações reais são extraídas diretamente do dia-a-dia dos alunos” e as situações “semi-reais” não estão presentes no quotidiano dos alunos, uma vez que são situações fictícias, criadas para que o aluno utilize a informação que detém para resolver as tarefas em questão. As situações “matemáticas fazem referência à Matemática e só a ela” (p. 203). Os diferentes contextos devem ser abordados e praticados pelos alunos. Estes, “progressivamente, […] devem ir-se libertando da necessidade de contexto da realidade, trabalhando num nível cada vez mais formal, mas devem ser capazes de recorrer a ele sempre que necessário” (Ponte & Quaresma, 2012, p. 215). Neste sentido, os contextos constituem o centro da aprendizagem da matemática, no entanto, estes devem fomentar nas crianças o interesse, o gosto e a motivação. Nesta perspetiva, o contexto em cada situação deve ser “[...] um contexto rico em materiais e tecnologias, onde os alunos se possam sentir confortáveis em emitir e argumentar as suas opiniões” (Ponte & Quaresma, 2012, p. 215), para que assim construam o seu conhecimento.

1.3.2. Etnomatemática

Com o reconhecimento de outras formas de pensar, nomeadamente o pensar matemático, D’Ambrosio (2002) vem fomentar a reflexão sobre a natureza desse pensamento, tendo em conta as dimensões cognitiva, histórica, social e pedagógico. Reconhecido como o “pai da etnomatemática”, D’Ambrosio vem mudar a matemática que é estranha e distante da realidade da vida dos alunos, passando a uma matemática que tem em consideração a realidade social e cultural dos alunos, o ambiente que os rodeia e até mesmo enfatizando o que aprendem no contexto familiar.

No nosso quotidiano, a todos os momentos “[…] os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura” (D’Ambrosio, 2002, p. 22). Isto é, estão a fazer uso dos seus conhecimentos “próprios da sua cultura” para darem resposta aos desafios que a sociedade e o ambiente que os rodeia lhes estabelecem, desenvolvendo noções e conceitos matemáticos e até mesmo atitudes e disposições.

Integrando o projeto Edupark com a área da matemática, importa compreendermos a matemática ligada à cultura da sociedade, uma matemática que mostra que todas as crianças têm potencial para aprender e que esta requer um reconhecimento e reforço das raízes da sociedade sem rejeitar, no entanto, as raízes dos outros (Gerdes, 2007).

D’Ambrosio (2002) explica o que é a etnomatemática, recorrendo à decomposição da palavra (etno, matema e tica). Embora numa ordem diferente, a etnomatemática constitui o conjunto de “[…] técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e sócio-econômicos da realidade (etnos)” (D’Ambrosio, 2002, p. 63). Esta vertente corresponde à“[…] área de investigação que estuda as multifacetadas relações e interconexões entre ideias matemáticas e outros elementos e constituintes culturais, como a língua, a arte, o artesanato, a construção, a educação” (Gerdes, 2007, p. 156). Isto é, a influência dos fatores culturais no processo de ensino-aprendizagem da matemática que traduz a matemática como algo natural e contextualizado na cultura e não como algo estranho e sem utilidade.

Permitindo ao aluno elaborar ligações significativas e aprofundar os seus conhecimentos matemáticos, a etnomatemática torna a matemática mais relevante e significativa para as crianças. Nesta linha de pensamento, “A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui] […] reconhecendo a importância das várias culturas e tradições na formação de uma nova civilização, transcultural e transdisciplinar” (D’Ambrosio, 2002, p. 46). Torna-se importante atender aos conhecimentos dos alunos adquiridos fora de sala de aula, para que estes tenham um maior significado. Desta forma, a etnomatemática permite a “[…] integração e incorporação dos conhecimentos matemáticos que a criança aprende fora da escola” (Gerdes, 2007, p. 158), tornando a aprendizagem mais espontânea e real e fomentado a autoconfiança e o interesse.

Naturalmente, “Tal como cada criança aprende a língua materna, cada criança aprende a matemática materna, a matemática familiar, a matemática da sua cultura, a matemática do seu povo” (Gerdes, 2007, p. 160). Antes de iniciar o processo de escolarização, uma criança já tem alguns conhecimentos matemáticos que desenvolve no seio familiar como, por exemplo, já sabe contar e utilizar alguns números. O que acontece é que ao iniciar o processo de escolarização, este tende a proporcionar aos alunos uma “matematização” que suprime a “matematização espontânea”, acabando, muitas vezes, por desenvolver na criança uma atitude negativa perante a matemática, na medida em que as aprendizagens não são significativas para as crianças e são distantes do contexto social onde estão integradas. Segundo Pinxten (1994), é necessário modificar a conceção da cultura como algo paralelo e distante à escola. Esta perspetiva deve ser transformada de forma a que a cultura possa servir de inspiração para o ensino da matemática. Torna-se relevante, portanto, procurar atividades culturais para contextualizar a matemática.

É evidente que “O que podemos fazer para as nossas crianças é oferecer a elas os instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que elas possam viver, com capacidade de crítica, numa sociedade multicultural e impregnada de tecnologia” (D’Ambrosio, 2002, p. 46), tornando-as cidadão ativos. Isto é, formar cidadãos críticos capazes de refletir sobre a atualidade em que vivem.

1.3.3. Geometria e Medida

Como um dos domínios presentes no Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, a Geometria é uma das áreas que tem maior representatividade no quotidiano dos alunos.

Através desta, “[…] desde o início da escolaridade, os alunos devem desenvolver capacidades de visualização através de experiências concretas com uma diversidade de objectos geométricos e com as tecnologias, rodando, voltando, deslizando, encolhendo e deformando objectos bi e tri-dimensionais.” (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011, p.7, p.10).

Matos e Serrazina (1996), afirmam que a Geometria “[…] deve ser uma experiência polifacetada, que envolve aprendizagens em múltiplos campos: a visualização, a linguagem, as aplicações da Matemática, entre outros.” (p.265). Apesar disso, esta área “[…] é normalmente deixada para os finais dos anos lectivos e tratada a partir de definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos.” (Breda et al, 2011, p.7).

A “Geometria “é compreender o espaço”. […] O espaço que a criança deve aprender, conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor.” (Veloso, 1998, p.25). E, portanto, com a Geometria realizam-se aprendizagens baseadas na realidade e na exploração, facilitando o conhecimento do espaço em que a criança se move. Esta é uma aprendizagem caracterizada pela experimentação e pela manipulação (Abrantes, Serrazinha & Oliveira, 1999). Ainda nesta perspetiva, “A Geometria, é […] o tema matemático que permite que os alunos aprendam a ver a estrutura e simetria presentes no mundo à sua volta, nomeadamente nos momentos históricos ou na própria natureza, […] aprendendo […] a valorizar o seu valor estético.” (Breda et al., 2011, p.15).

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) a Geometria desenvolve capacidades de visualização espacial, de resolução de problemas e de pensamento matemático. E no Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico (2013), no domínio da Geometria relativa ao 2.º ciclo do Ensino Básico salientam-se a introdução de conceitos e propriedades relacionadas, em concreto, com ângulos, polígonos. Destaca-se também o uso de instrumentos de desenho e de medida nas construções. Já no tópico da Medida, neste ciclo, atribui-se grande importância às áreas de figuras planas, à amplitude dos ângulos e ao volume de sólidos. Esta área da matemática permite “Estabelecer e comunicar relações espaciais entre objetos, fazer estimativas relativamente à forma e à medida, descobrir propriedades das figuras e aplicá-las em diversas situações” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p.68). Assim, as formas geométricas fazem-se representar nos elementos da natureza e têm um grande grau de representatividade no quotidiano.

Matos e Serrazina (1996) caracterizam a aprendizagem da Geometria como gradual, global, construtiva e social. Os autores afirmam que é gradual uma vez que competências como o raciocínio e a linguagem geométrica são adquiridas progressivamente. Caracterizam-na como global na medida em que estabelece relações de aprendizagem inter e transdisciplinares. A Geometria é construtiva porque é o aluno que constrói o seu próprio conhecimento. Por fim, aprender Geometria deve envolver relações professor-aluno, aluno-aluno e aluno-comunidade, ou seja, deve constituir um ato social.

Debruçando-me sobre a intra e transdisciplinaridade da Geometria, esta é uma área que permite estabelecer relações com outras áreas da matemática, permitindo, por exemplo, "[…] dar significado a diferentes conceitos como o de área ou de fração e são uteis na compreensão, por exemplo, dos histogramas ou dos gráficos de dispersão" (Breda et al, 2011, p.13). Para além disso, a Geometria está relacionada com outras disciplinas, como a Educação Visual e ainda se pode conectar à cultura e a realidade que rodeia os alunos.

Apontam-se também como outros aspetos essenciais da aprendizagem da Geometria a manipulação de materiais de forma a desenvolver a visualização espacial. No entanto, "Muitas vezes, a dificuldade dos alunos manipularem mentalmente, rodarem ou inverterem um objeto, representado graficamente, resulta de não lhes terem sido proporcionadas experiências de manipulação com esses objectos." (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p.81). Salienta-se ainda que "A manipulação que é proporcionada pela utilização dessas ferramentas computacionais favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial". (p.72). Na Geometria, "Os termos, as definições, as propriedades e as fórmulas não são para memorizar; constituem um meio, que se vai desenvolvendo gradualmente, de tornar mais claro, preciso e sistemático o pensamento e a sua expressão" (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p.74).

Medir "[…] implica que os alunos compreendam que o comprimento, a área e o volume de objectos não mudam por deslocamento e que a medida pode ser quantificada pela repetição de uma unidade" (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p.84). Segundo estes mesmos autores, para o cálculo de volumes de sólidos, os alunos devem ter oportunidade de medir, registar e procurar padrões. Assim, devem iniciar por determinar volumes como o do cubo, do paralelepípedo e do prisma triangular, para obterem as fórmulas para o cálculo dos volumes do prisma hexagonal e do prisma pentagonal, por exemplos. Desta forma, iniciam com "técnicas informais" que "vão sendo formalizadas ao longo da escolaridade". Para além disso, também a Medida permite estabelecer "[…] relações entre o comprimento, a área e o volume em figuras semelhantes. Por isso, os conceitos de razão e proporção são fundamentais." (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p.89).

Em forma de conclusão, importa salientar alguns pontos que, segundo as Normas do NCTM, citado por Veloso (1998), constituem pontos relevantes para uma Geometria renovada, tais como a integração em todos os temas e em todos os anos de escolaridade, a compreensão dos objetos geométricas e suas relações, a utilização da Geometria na resolução de problemas, a exploração em computadores de figuras bi e tridimensionais e as suas aplicações no mundo real.

1.3.4. Conceito de Adequação Didática e seus Indicadores

Segundo Godino (2011), a Adequação Didática pode desenvolver critérios originais e significativos para criar uma teoria apropriada para o processo de ensino e aprendizagem não só da matemática como também de outras áreas do currículo. Frankle (2007) citado por Godino (2011), afirma que o processo de ensino é multidimensional, uma vez que o professor trabalha os conteúdos e as suas representações através de interações com a turma e os alunos efetuam aprendizagens construtivas através do seu modo de estar e da sua participação. Godino (2011) apresenta seis critérios articulados para se obter uma Adequação Didática baseados em Godino, Batanero e Font (2007) e denominados por Adequações Epistémica, Cognitiva, Afetiva, de Interação, Mediacional e Ecológica.

A Adequação Epistémica está relacionada com o grau de representatividade dos conhecimentos dos alunos. Por outras palavras, está, de certa forma, relacionada com a Matemática Realista, na medida em que as situações problemas/contextualização devem ter um papel central nas tarefas propostas. As tarefas e atividades executadas devem apresentar definições claras e adequadas através de explicação, comprovação e demonstrações apropriadas ao nível de escolaridade a que se destinam. Para além de uma linguagem variada e adequada, ao nível dos alunos salienta-se não só a necessidade de articular as tarefas e atividades com a realidade do quotidiano, como também a de estabelecer uma conexão com os diferentes objetos, temáticas e domínios da matemática, promovendo situações de argumentação com os alunos. Só desta forma, os alunos conseguem atribuir significado às suas aprendizagens (Godinho, 2011).

A Adequação Cognitiva implica que haja apropriação dos significados por parte dos alunos e para isso é necessário que o professor tenha em consideração, por um lado, os conhecimentos que pretende alcançar e, por outro, os conhecimentos prévios da turma. Adicionalmente, de forma a melhorar o processo de ensino-aprendizagem, o professor deve ter em consideração o potencial dos alunos e desenvolver atividades distintas para os diferentes alunos. É fundamental que os conteúdos abordados tenham um grau de dificuldade adequado não só para a turma como grupo, mas também para cada elemento da mesma. Ainda neste critério salienta-se o processo de avaliação cujos resultados devem servir de base para melhorar o processo de ensino (Godinho, 2011).

A Adequação Afetiva está relacionada com a forma de apresentação das atividades e situações aos alunos. As atividades devem de ser de interesse para os alunos para que estes atribuam valor àquilo que aprendem e, por isso, devem ter grande proximidade com o quotidiano. O professor deve promover a participação, a perseverança e a responsabilidade, dando igualdade de oportunidade a todos os alunos, promovendo assim o gosto pela matemática (Godinho, 2011).

A Adequação da Interação diz respeito à dinâmica da aula, através das interações professor-aluno e/ou aluno-aluno. Para uma boa adequação da interação o professor deve favorecer o diálogo e a comunicação, evitando a exclusão. Além de momentos de diálogo e interação, é fundamental desenvolver também momentos de autonomia. O progresso cognitivo dos alunos é observado tendo por base o critério da interação, visto que este permite resolver conflitos, desenvolver competências comunicativas e fomentar a autonomia (Godinho, 2011).

A Adequação Mediacional refere-se à adequação dos recursos e do tempo disponíveis. Dá enfase à utilização de materiais manipulativos e informáticos para contextualizar e motivar os alunos, permitindo o contacto com situações reais. Condições como o tempo, o número de alunos, a sua disposição e o horário devem ser bem geridos com o objetivo de se alcançar as aprendizagens pretendidas (Godinho, 2011).

Por fim, a Adequação Ecológica gere-se tendo em conta o projeto educativo da escola, a sociedade em que se insere e as indicações do currículo. Assim, as aprendizagens devem contribuir para a formação socioprofissional dos alunos e promover valores democráticos e o pensamento crítico. As práticas devem ser inovadoras, reflexivas, devem integrar as novas tecnologias e relacionar os conteúdos de forma intra e interdisciplinar (Godinho, 2011).

Em suma, esta adequações e respetivos indicadores apresentados, contribuem "[…] para el diseño, implementación y evaluación de intervenciones educativas, lo que requiere asumir nuevos presupuestos relativos a las interacciones entre los sujetos, el uso de recurso tecnológicos y las relaciones ecológicas con el entorno" (Godino, 2011, p. 17). Estes critérios e noções de adequação podem servir também para avaliar projetos e experiências na área do ensino (Godino, Batanero & Font, 2007).

CAPÍTULO II - METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se a metodologia de investigação aplicada neste estudo que se insere numa abordagem qualitativa, com uma modalidade de investigação-ação. Para além da caracterização dos participantes apresentam-se as técnicas e instrumentos de recolha e tratamento dos dados.

2.1. A Investigação em Educação

Tal como afirma Tuckman (2000), "Não há Educação para a qualidade que não passe pela investigação" (p. 21). A investigação permite uma aprendizagem contínua que visa a melhoria e o desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem.

Investigar na área da educação é fundamental pela possibilidade de identificar e resolver problemas através de uma pesquisa que permita a "mudança da prática pedagógica". Ou seja, investigar "[…] é desenvolver competências necessárias para enunciar os problemas e de a eles responder, em termos científicos, isto é, de um modo fundamentado, promover a procura do saber" (Cardoso, 2014, p.26). Segundo Beillerot (1991) citado por Cardoso (2014) uma atividade investigadora deve reproduzir novos conhecimentos, estar sustentada numa metodologia austera e possuir caráter público.

2.2. Opções Metodológicas

2.2.1. Investigação Qualitativa

A investigação realizada assenta numa investigação qualitativa e, neste sentido, importa compreender a sua natureza e as suas características. Segundo Bogdan e Biklen (1994) o objetivo dos investigadores qualitativos é o de compreender o comportamento e experiência humana e de tentar compreender o processo através do qual os indivíduos constroem significados. "O objetivo do investigador é o de compreender, com bastante detalhe, o que é que professores, directores e estudantes pensam e como é que desenvolvem os seus quadros de referência" (p.17).

Numa perspetiva qualitativa, a investigação dirige o seu foco para a análise, avaliação e comparação do observado. Segundo Coutinho (2014), "Do ponto de vista metodológico, alicerça-se num modelo hipotético-dedutivo, partindo o investigador do postulado de que os problemas sociais têm soluções objetivas e que estas podem estabelecer-se mediante a utilização de métodos científicos" (p.26). Neste tipo de investigação os papéis investigador e investigado são distintos e, por isso, importa que o investigador apresente um distanciamento do(s) investigado(s).

A definição do problema de investigação pode ser previamente determinada ou poderá surgir com o decorrer da investigação. Paralelamente, "[…] o problema tem a importante função de focalizar a atenção do investigador para o fenómeno em análise, desempenhando o papel de "guia" na investigação." (Coutinho, 2014, p.49). É o problema que centra a investigação, organiza o plano, delimita a investigação, direciona para o referencial teórico e prático e permite definir a recolha de dados.

Watson (1985) citado por Gonzaga (2006), caracteriza a investigação qualitativa como "[…] descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos que são observáveis. Ademais, incorpora o que os participantes dizem, as suas experiências, atitudes, crenças, pensamentos e reflexões, tal e como são expressadas por eles mesmos." (p.70). Os investigadores qualitativos "Privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspetiva dos sujeitos da investigação" (Stake, 2007, p.53).

Bodgan e Biklen (1994) apresentam cinco características da investigação qualitativa que se enunciam de seguida:

- "Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal", isto porque para os investigadores qualitativos o contexto em que ocorre a investigação constitui um fator importante e que influencia o comportamento dos indivíduos em estudo. Os investigadores "Entendam que as acções podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência" (p.47);
- "A investigação qualitativa é descritiva." Assim, neste tipo de investigação há recolha e análise detalhada dos dados, isto é, atende-se minuciosamente aos detalhes (p.48);
- "Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p.49);
- "Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva" sendo que não investigam com o objetivo de confirmar uma hipótese previamente definida, mas sim recolhem dados para posteriormente definirem as questões mais importantes (p.50). Os investigadores "Começam os seus estudos com questionamentos só vagamente formulados." (Gonzaga, 2006, p.72)

Por fim, na investigação qualitativa, "[…] os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa que são ricos em pormenores descritivos" (Bogdan & Biklen, 1994, p.16).

2.2.2. Investigação-Ação

Definidas a(s) questão(ões) de investigação e atendendo ao tipo de abordagem qualitativa, optou-se por realizar um estudo inserido na Investigação-Ação. Assente num "paradigma sociocrítico" e, portanto, num olhar com "intenção de mudança", a Investigação-Ação caracteriza-se por "[…] um maior dinamismo na forma de encarar a realidade, maior interatividade social, maior proximidade do real pela predominância da praxis, da participação e da reflexão crítica, e intencional transformadora" (Coutinho, 2014, p.362). Uma investigação-ação de natureza qualitativa baseia-se na observação, na entrevista aberta e no recurso a documentos (Bogdan & Biklen, 1994) e, pode ser definida, de uma forma breve, como "[…] uma intervenção em pequena escala no funcionamento do mundo real e a verificação próxima dos efeitos de tal intervenção" (Cohen & Manion, 1980, citados por Cardoso, 2014, p.33).

Quando falamos em investigação-ação, a investigação surge da identificação de um problema e a organização de um ou mais planos que visem a solução desse mesmo problema, isto é, dar resposta à questão colocada pelo investigador. Neste sentido, a Investigação-Ação promove a melhoria da ação educativa e tem lugar no contexto de ação. "Ela tem em vista a própria mudança educativa, ajudando os professores a lidar com os desafios e os problemas, que a prática lhe coloca, e a levar a efeito inovações, de uma forma refletida." (Cardoso, 2014, p.30).

Segundo Kemmis (2007) citado por Cardoso, (2014) a Investigação-Ação apresenta quatro etapas denominadas planificação, ação, observação e reflexão. Relativamente à planificação, esta inicia-se com uma ideia geral sobre uma melhoria ou mudança desejável. Depois de planificada, a ação é realizada, sendo que é um plano flexível a situações inesperados que a organiza. Relativamente à observação, esta constitui a base da reflexão. Por sua vez esta reflexão "reconstrói a ação".

Outro aspeto da Investigação-Ação apontado por Coutinho (2014) é o conjunto de características que esta deve possuir. Neste sentido, a investigação de ser "situacional, interventiva, participativa, autoavaliativa". Coutinho (2014) refere situacional como uma característica fundamental na medida em que a investigação implica determinar e solucionar um problema identificado no contexto social. Tal como afirmado anteriormente, o problema identificado neste estudo está relacionado com a matemática desligada do quotidiano dos alunos, desconetada da sociedade e do mundo que os rodeia. Relativamente à característica interventiva, como o próprio nome indica, a Investigação-Ação requer uma ação/intervenção. Neste sentido, desenvolveu-se um conjunto de problemas matemáticos de realidade crescente, culminando na realização de problemas em contexto *outdoor* (Projeto EduPARK). Quanto à característica participativa, esta implica a participação não só do investigador como de um grupo coletivo. O investigador assume um papel de observador direto e o grupo coletivo corresponde nomeadamente a dois grupos, sendo que um deles corresponde a uma turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico e o outro grupo de alunos participantes na Academia de Verão da Universidade de Aveiro (do 5.º e 6.º anos). Por fim, é autoavaliativa pois há uma constante avaliação das ações que permitem modificar a prática, desenvolvendo novos conhecimentos. Com a análise e tratamento de dados realizados é possível avaliar as ações permitindo, futuramente, melhorar a prática.

2.3. Participantes do Estudo

A investigação decorreu no ano letivo 2016/2017, mais precisamente entre setembro de 2016 e outubro de 2017, envolvendo uma turma do 6.º ano de escolaridade do 2.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Básica João Afonso de Aveiro do Agrupamento de Escolas de Aveiro. A turma é composta por alunos com idades compreendidas entre os 10 e os 12 anos, sendo que 15 são rapazes e 5 são raparigas. Nesta turma, dezassete alunos têm nacionalidade portuguesa, dois alunos têm brasileira e um aluno nacionalidade suíça.

Nesta turma não existem alunos a repetir o ano de escolaridade atual. Existem, contudo, dois alunos que repetiram anos de escolaridade anteriores, um deles no 4º ano e o outro no 5º ano. Existem três alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE) e Currículo Educativo Individual (CEI), um aluno proposto para acompanhamento psicológico e dois alunos propostos para o abandono escolar. Existem ainda três alunos com Apoio Pedagógico Personalizado (APP) e três com Adequações no Processo de Avaliação (APA).

No que toca à formação académica dos pais e mães dos alunos, dos 40 indivíduos, quinze têm o grau de licenciatura existindo uma mãe que possui o grau de Mestre e outra grau de Doutor. Os restantes possuem formações académicas inferiores às referidas.

Para além da turma do 6.º ano da Prática Pedagógica Supervisionada, importa caracterizar também os participantes da Academia de Verão da Universidade de Aveiro no âmbito da atividade proposta pelo Projeto EduPARK. Os 24 participantes tinham idades compreendidas entre os 10 e os 11 anos, sendo que 8 eram do sexo masculino e 16 do sexo feminino. Os participantes frequentavam diferentes escolas do concelho de Aveiro, sendo que 5 frequentavam o 5.º ano e 19 o 6.º ano de escolaridade.

.

2.4. Fases do Estudo

Neste tópico encontram-se exploradas, de uma forma sucinta, as diferentes fases do estudo realizado. Este estudo decorreu entre janeiro e julho de 2017 e organiza-se em sete fases.

<u>1.ª Fase - Identificação e reconhecimento do problema e definição das questões e objetivos do estudo</u>

Neste estudo pretendeu-se ligar a problemática identificada, isto é, o facto de a matemática estar “desligada” da realidade do quotidiano das crianças com a essência do projeto EduPARK – um projeto que promove o uso de dispositivos móveis para desenvolver práticas educativas inovadoras com a utilização de tecnologia móvel. Por conseguinte e de forma a promover uma aprendizagem significativa para os alunos, idealizou-se a construção de atividades a decorrer no contexto do Parque Infante D. Pedro.

Nesta fase definiram-se as seguintes questões de investigação:

- Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano?
- Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?

Para além das questões de investigação, procedeu-se à definição dos seguintes objetivos:

- Identificar os procedimentos utilizados e dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo situações reais matemáticas;
- Analisar a motivação e o interesse dos alunos em contextos de sala de aula (formal) e em contextos de aprendizagem *outdoor*, como é o caso da atividade proposta pelo EduPARK na Academia de Verão 2017 (não formal).

2.ª Fase – Elaboração da fundamentação teórica

Tendo em conta a problemática identificada, o projeto EduPARK, a Etnomatemática, a Matemática Realista e a Adequação Didática (Godino) construiu-se o enquadramento teórico. Importa referir que "[…] uma boa revisão de literatura potencia a *credibilidade* da investigação ao *relacionar e conectar a investigação prévia com o problema objeto da investigação*" (Coutinho, 2014, p.59).

3.ª Fase – Observação e caracterização dos participantes

Nesta fase observou-se os participantes e procedeu-se à caracterização dos mesmos. Esta está dividida em dois momentos, um em fevereiro e março e outro em julho. Isto porque o primeiro momento diz respeito à observação e caracterização da turma onde se concretizou a Prática Pedagógica Supervisionada e o outro diz respeito à observação e caracterização dos participantes na aplicação EduPARK na Academia de Verão.

4ª Fase - Construção do plano de ação

Definidos o problema e os objetivos, assim como o plano geral da ação, começou-se por planificar as atividades a incorporar na aplicação EduPARK. De forma a promover a matemática realista e significativa para os alunos planificaram-se duas atividades matemáticas relacionadas com uma das estruturas presente no Parque Infante D. Pedro (o Torreão/Depósito de Água) para incorporar no guião a desenvolver na aplicação do projeto EduPARK e a ser explorado pelos alunos inscritos na Academia de Verão.

5.ª Fase – Implementação dos problemas de matemática em sala de aula

Tudo apontava para que fosse exequível uma turma de alunos do 6.º ano da Escola Básica João Afonso de Aveiro se deslocasse ao Parque para a realização das atividades. No entanto, uma decisão do contexto educativo não permitiu tal atividade e procedeu-se à alteração do plano inicial. Ou seja, o parque "deslocou-se" até à sala de aula e os alunos realizaram as tarefas na aula de matemática. Para além dos dados recolhidos na aula mencionada anteriormente, foram também recolhidos alguns dados durante três aulas da unidade de ensino que se constituem como dados a analisar posteriormente.

Esta fase é caracterizada por refletir flexibilidade em realizar alterações ao plano e, de facto, foi necessário ao longo desta fase realizar algumas mudanças, sem alterar o papel nem do professor nem dos alunos (Cardoso, A., 2014).

6.ª Fase – Implementação dos problemas de matemática no Parque Infante D. Pedro

Ainda que a escola onde foi realizado o estágio não tenha permitido a deslocação dos alunos ao Parque, o Projeto EduPARK, no âmbito da Academia de Verão (11 de julho), permitiu a participação de alunos no 2º Ciclo do Ensino Básico na execução das atividades propostas no guião didático, particularmente as atividades direcionadas à matemática. Ainda nesta fase realizaram-se inquéritos por questionário aos participantes.

7.ª Fase – Análise e discussão dos resultados e conclusões finais

Nesta última fase, após a análise dos resultados, surge a reflexão e avaliação, nomeadamente a elaboração das conclusões finais.

Como mencionado anteriormente, as sete fases distribuíram-se entre os meses de outubro e setembro (Tabela 4). A primeira fase compreendeu os mês de outubro, fevereiro e março. A segunda fase realizou-se entre novembro e junho. A caracterização dos participantes (3.ª fase) decorreu entre os meses de fevereiro e março, relativamente aos participantes no âmbito da Prática Pedagógica Supervisionada, e em julho, dos participantes no âmbito do Projeto EduPARK na Academia de Verão. A fase seguinte decorreu entre os meses de fevereiro e junho e consistiu na construção do plano de ação. A implementação dos problemas em sala de aula (5.ª fase) realizou-se entre fevereiro e maio e a implementação dos problemas matemático do EduPARK (6.ª fase) efetuou-se em julho no âmbito da Academia de Verão. Por fim, a sétima fase, nomeadamente a fase de análise e discussão dos dados e elaboração das conclusões finais, decorreu entre julho e setembro.

Tabela 4 - Distribuição temporal das fases do estudo

Fases do estudo	Outubro	Novembro	Dezembro	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro
1.ª												
2.ª												
3.ª												
4.ª												
5.ª												
6.ª												
7.ª												

2.5. Instrumentos e Técnicas de Recolha de Dados

Os instrumentos de recolha de dados “[…] permitem registar e conservar traços dos dados, isto é, anotar ou de os guardar na memória” (Lessard-Hébert, 1996, p.98) constituindo como fundamentos para responder às questões de investigação. De forma a garantir a qualidade dos dados recolhidos é vital que os instrumentos apresentem “validade” e “fiabilidade”, duas características que se completam. Estas características estão relacionadas com a credibilidade dos dados recolhidos. Para além destas duas, alguns autores ainda acrescentam a sensibilidade e a usabilidade às características fundamentais que um instrumento deve possuir (Cardoso, 2014).

Perante estas características, também “[…] a adequação dos instrumentos de medida às variáveis, conceitos ou fenómenos que se quer medir é condição sine qua non para a qualidade final da investigação” (Coutinho, 2014, p.111). Posto isto, neste estudo os dados foram recolhidos através das produções escritas dos alunos, da observação direta, de registo áudio e de *focus-group*. Para além desta recolha de dados, também foram realizados questionários.

2.5.1. Observação Direta e Participante

A observação direta, como o próprio nome indica, constitui-se como a observação das realidades, focando os aspetos previamente definidos pelo investigador (Lessard-Hébert, 1996). Nesta técnica, utilizaram-se como instrumentos de recolha de dados as fotografias das produções escritas dos alunos e as gravações-áudio.

Produções escritas

Foram recolhidas as resoluções de problemas realizadas pelos alunos, que permitem analisar os processos e estratégias de resolução adotados pelos alunos, assim como das dificuldades sentidas durante a sua execução.

Registo áudio

Relativamente ao registo áudio, este foi utilizado durante a atividade do Projeto EduPARK e foi realizado de forma a possibilitar a compreensão de algumas situações que ocorreram e que não se encontram registadas na aplicação móvel.

Focus group

O *focus group* constitui-se como […] uma técnica de investigação de recolha de dados através da interação do grupo sobre um tópico apresentado pelo investigador.” O investigador tem, portanto, um papel ativo na medição da discussão entre o grupo. (Silva, Veloso e Kating, 2014, p.177). Neste sentido, recorreu-se ao *focus group* após as atividades relacionadas com o Projeto EduPARK, tanto em contexto *indoor* como em contexto *outdoor*.

2.5.3. Inquérito por Questionário

O uso de questionário como instrumento de recolha de dados “Permite obter informação de natureza muito diversa e medir variáveis como atitudes, perceções, opiniões.” (Coutinho, 2014, p.145). Assim, “O inquérito é uma maneira, indireta de recolher dados sobre a realidade” que permite obter informações que não são observáveis pelo investigador e de opiniões dos participantes (Lessard-Hébert, 1996, p.100). A recolha de dados por questionário, embora menos impessoal e rica que uma entrevista, permite obter respostas dos participantes de forma fácil e mais ampla. Uma vez que este tipo de instrumento não implica contacto pessoal com o participante inquirido, a conceção do mesmo deve ser bem estruturada de forma a não provocar desmotivação durante o seu preenchimento por parte dos participantes.

Com o intuito de compreender como foi a experiência realizada pelos participantes da Academia de Verão, no âmbito do Projeto do EduPARK (*outdoor*) realizaram-se inquéritos. Estes inquéritos por questionário tinham como objetivo recolher informação pessoal sobre os participantes, as suas opiniões acerca da aplicação e da sua integração na Academia de Verão. Pretendiam ainda recolher dados que permitissem perceber a opinião dos participantes relativamente à área da matemática presente na *mobile app*.

CAPÍTULO III – UNIDADE DE ENSINO E DESENHO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS PARA O GUIÃO DIDÁTICO DO PROJETO EDUPARK

No presente capítulo encontram-se alguns problemas de matemática constituintes da Unidade de Ensino planificada e implementada em sala de aula, relativamente ao domínio de Geometria e Medida na área da Matemática. Deste domínio salientam-se os subdomínios Sólidos Geométricos e Medida, em específico o volume de sólidos geométricos. Posto isto, neste capítulo apresentam-se os problemas realizados cujos resultados são analisados no capítulo IV.

A unidade referida envolve um conjunto de 13 aulas (90 minutos cada) construídas em conjunto com a professora cooperante e o meu par pedagógico, em que não só se abordam novos conceitos, como também se revê conceitos abordados em anos de escolaridade anteriores e cuja compreensão é fundamental para a aquisição de novos conceitos. A construção desta unidade, para além de ter como base os Indicadores de Adequação Didática adaptados de Juan Godino (2011), também tem em conta os objetivos gerais e descritores organizadores das Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática (2013), as vertentes da Matemática Realista e da Etnomatemática.

O "Desenho de Problemas Matemáticas para o Guião Didático do Projeto EduPARK" também consta como subcapítulo integrante deste capítulo. No entanto, apenas serão referidos os problemas desenhados que posteriormente se encontram analisadas no capítulo IV.

3.1. Intervenção Realizada na Prática Pedagógica Supervisionada na Turma do 6.º Ano

No âmbito da Prática Pedagógica Supervisionada foram realizadas intervenções na turma do 6.º ano de escolaridade do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Estas intervenções implicaram várias fases, sendo que a primeira fase consistiu na observação e caraterização do contexto educativo e da realidade pedagógica. Posteriormente, na fase 2 e alternadamente com a minha díade pedagógica, iniciou-se por lecionar 45 minutos de cada aula. Já a fase 3 consistiu numa intervenção diária, ou seja, em alternância com o meu par pedagógico, cada uma ficou responsável por uma aula de segunda-feira, terça-feira e quinta-feira. Por último, na fase 4 a intervenção passou a ser semanal e de responsabilidade individual. O estudo aqui apresentado foi desenvolvido nas fases 3 e 4.

As intervenções nas quais se trabalharam os objetivos gerais da planificação de unidade de ensino em questão encontram-se organizadas numa tabela (Tabela 5) onde se destacam as datas compreendidas entre 13 de fevereiro e 21 de março e a data 18 de maio da atividade do contexto EduPARK realizada *indoor*. Desta forma, neste subcapítulo inserem-se os problemas desenvolvidos em sala de aula sob o domínio da Geometria e Medida na área da Matemática, relacionadas, predominantemente, com os objetivos gerais de identificação de sólidos e a resolução de problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos geométricos.

Tabela 5 - Aulas dinamizadas pela díade relativas ao subdomínio Sólidos Geométricos e Medida

Aula 1 – 13/02/2017	Sólidos Geométricos não poliedros: cilindros.
Aula 2 – 14/02/2017	Sólidos Geométricos não poliedros: cones.
Aula 3 – 20/02/2017	Construção da planificação de um cilindro. Revisão: áreas e perímetros de polígonos. Resolução de problemas envolvendo a planificação do cilindro.
Aula 4 – 21/02/2017	Resolução de problemas envolvendo a área de figuras compostas.
Aula 5 – 23/02/2017	Resolução de problemas envolvendo a área de figuras compostas.
Aula 6 – 6/03/2017	Unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade. Exercícios de aplicação.
Aula 7 – 7/03/2017	Correspondência entre o decímetro cúbico e o litro. Relação entre as unidades de medida de capacidade com as unidades de medida de volume. O cubo unitário. Volume de um cilindro reto.
Aula 8 – 9/03/2017	Volume do cilindro reto: exercícios de aplicação.
Aula 8 – 13/03/2017	Revisões para o teste de avaliação: conversões de medidas. Volume de um cubo e de um paralelepípedo.
Aula 9 – 14/03/2017	Resolução de problemas envolvendo o volume de cilindros retos e paralelepípedos.
Aula 10 – 16/03/2017	Revisões para o teste de avaliação.
Aula 11 – 20/03/2017	Teste de avaliação.
Aula 12 – 21/03/2017	Volume de prismas retos. Dedução da fórmula da medida de volume de um prisma triangular reto e de um prisma reto. Cálculo de volumes de prismas retos.
Aula EduPARK – 18/05/2017	Atividades do contexto do Parque Infante D. Pedro.

Neste capítulo o foco é dirigido para as aulas 7(Anexo II), 11 (Anexo III) e 12 (Anexo IV), ou seja, para as aulas em que se recolheram dados para a respetiva análise e tratamento no capítulo seguinte. Os conteúdos das aulas são relativos ao volume de sólidos geométricos. Para além destas aulas, também a aula relacionada com o EduPARK *indoor* (18/05/2017) é alvo de análise no capítulo IV.

Optou-se por atribuir o termo problema a todas as atividades que se constituem alvos de análise no capítulo seguinte. Salienta-se novamente que o trabalho colaborativo se constitui como um dos fatores fundamentais para a seleção e concretização dos problemas.

Este subcapítulo encontra-se subdividido tendo em conta os problemas realizados (para alcançar as aprendizagens propostas pelas metas) tais como:

- “Aplica…Volume do cilindro reto”;
- “Peça de madeira (problema do teste de avaliação)”;
- “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”;
- “Verifica: Volume de um prisma reto;
- Outros problemas do contexto real (“A caixa”, “A piscina” e “O aquário”);
- Problemas de contexto próximo dos alunos (EduPARK)

Importa destacar que o grau de proximidade com a realidade (Matemática Realista) vai sendo, em regra geral, amplificado de problema para problema. Já o último problema proposto implicava uma deslocação ao Parque Infante D. Pedro de forma a que os alunos estivessem no próprio contexto do problema.

Para cada um dos problemas é apresentada uma descrição baseada nos Indicadores de Adequação Didática (Godino, 2011) que se destacam na estruturação da planificação (nomeadamente a Dimensão epistémica, cognitiva, mediacional, de interação, afetiva e ecológica), os objetivos gerais e os descritores que orientam o processo de ensino-aprendizagem baseados nas Metas Curriculares. Tendo em conta as vertentes da Matemática Realista e da Etnomatemática, em cada problema é refletida a sua presença ou a sua ausência. Em adição, apresenta-se uma possível resolução dos problemas propostos.

3.1.1. “Aplica…Volume do cilindro reto”

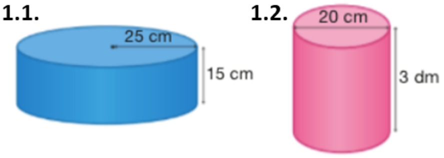
Realizaram-se problemas envolvendo o cálculo de volume de cilindros, atendendo que “Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um cilindro reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, aproximando-a por prisma regulares” se constitui como um dos descritores nas Metas (2013) para este ano de escolaridade.

Numa fase inicial realizaram-se problemas de cálculo direto do volume de cilindros. Desta forma, pretendia-se iniciar com problemas com um grau de complexidade inferior para um grau de complexidade crescente. Neste sentido surgiram os problemas apresentados de seguida (Figura 2).

Aplica... Volume do cilindro reto

1. Calcula, em centímetros cúbicos, o volume dos cilindros seguintes (usa 3,1416 como valor aproximado de π).
Apresenta os resultados arredondados às unidades.

1.1. **1.2.**



2. Determina, usando 3,1416 como valor aproximado de π), o volume do cilindro com:

2.1 78,5 cm^2 de área da base e 8 cm de altura;

2.2. 12 dm de altura e 10 dm de diâmetro;

2.3. 20 dm de altura e 15 cm de raio;

Figura 2 - Problemas "Aplica...Volume do cilindro reto "

Nos primeiros problemas (1.1. e 1.2.) solicitava-se aos alunos que determinassem o volume do cilindro em centímetros, arredondado às unidades. Já nos problemas seguintes (2.1., 2.2. e 2.3.) embora se solicitasse o cálculo dos volumes dos cilindros, não se pretendia o arredondamento dessas medidas. Tal como afirma o enunciado, em todos estes problemas os alunos tinham de utilizar 3,1416 como valor de π arredondado. É de salientar que nos problemas 1.2. e 2.3. os alunos tinham de fixar uma unidade de comprimento para o cálculo do volume do cilindro e, como tal, era necessária a realização de conversões.

Como forma de preparação para a elaboração do problema com os alunos bem como para a correção, elaborou-se uma proposta de resolução do que seria esperado que os alunos resolvessem.

1.1.

Dados do problema:

Raio = 25 cm

Altura = 15 cm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

Volume do cilindro arredondado às unidades

Fórmulas a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times 25 \times 25$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 25 \times 25$

$A_{base} \approx 1963{,}5\ cm^2$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} \approx 1963{,}5 \times 15$

$V_{cilindro} \approx 29452{,}5\ cm^3$

1.2.

Dados da tarefa:

Diâmetro = 20 cm

Altura = 3 dm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

O volume do cilindro arredondado às unidades

Fórmulas a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:

$3dm = 30cm$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times 10 \times 10$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 10 \times 10$

$A_{base} \approx 314{,}16\ cm^2$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} \approx 314{,}16 \times 30$

$V_{cilindro} \approx 9424{,}8\ cm^3$

$V_{cilindro} \approx 9425\ cm^3$

2.1.

Dados do problema:

Área da base = 75 cm^2

Altura = 8 cm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

O volume do cilindro

Fórmula a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

Possível resolução:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} = 78{,}5 \times 8$

$V_{cilindro} = 628\ cm^3$

2.2.

Dados do problema:

Diâmetro = 10 dm

Altura = 12 dm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

O volume do cilindro

Fórmulas a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:

$r = 10 \div 2 = 5$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times 5 \times 5$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 25$

$A_{base} \approx 78{,}54\ dm^2$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} \approx 78{,}54 \times 12$

$V_{cilindro} \approx 942{,}48\ dm^3$

2.3.

Dados do problema:

Raio = 35 cm

Altura = 20 dm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

O volume do cilindro

Fórmulas a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:

$20\ dm = 200\ cm$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times 15 \times 15$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 225$

$A_{base} \approx 706{,}86\ cm^2$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} \approx 706{,}86 \times 200$

$V_{cilindro} \approx 141372\ cm^3$

Face aos problemas desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 6 que reflete a Adequação Didática dos mesmos. Nesta referem-se apenas as dimensões epistémica (atendendo às propriedades, procedimentos, linguagem e argumentação esperadas), mediacional (recursos e tempo necessários), cognitiva (considerando quais os conhecimentos prévios que os alunos devem possuir) e de interação e ecológica (baseadas nas indicações das metas curriculares), uma vez que estas dimensões constituem os indicadores com maior relevo nesta fase de planificação e implementação.

Tabela 6 – Indicadores de Adequação Didática dos problemas "Aplica...Volume do cilindro reto"

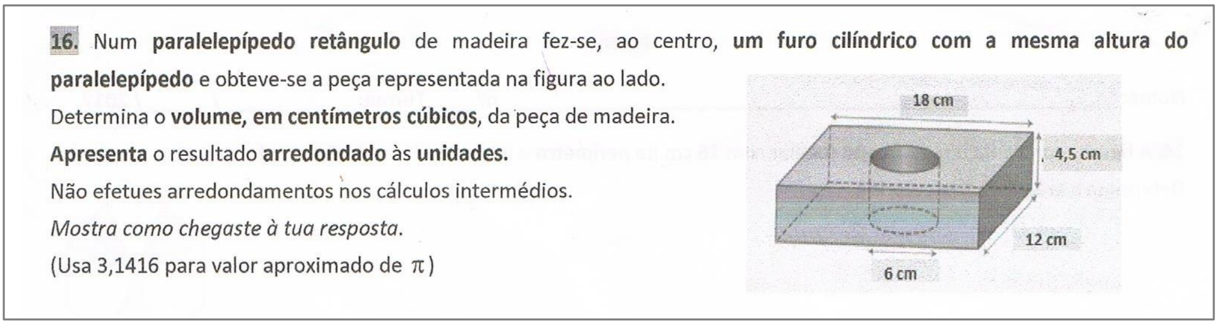
Problemas: “Aplica…volume do cilindro reto”	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Propriedades** - O volume de um cilindro (Vcilindro), em unidades cúbicas, é igual ao produto da medida da área da base ($\pi \times r^2$) pela medida da altura (a): Vcilindro = $\pi \times r^2 \times a$
	• **Procedimentos** - Cálculo do volume do cilindro recorrendo à sua fórmula; - Conversão de unidades de medida (em alguns casos); - Arredondamento dos volumes (quando solicitado).
	• **Linguagem** <u>Simbólica:</u> - Recurso à fórmula de volume do cilindro; - Efetuação de cálculos para determinação do volume.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Cálculo de áreas, nomeadamente da área do círculo; - Conversão de unidades de comprimento
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** - Os problemas apresentados correspondem a situações que só fazem referência à matemática por si só e, portanto, não constituem problemas ligados ao quotidiano dos alunos. Por outras palavas, estes problemas são distantes das vertentes da Matemática Realista e da Etnomatemática.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Caderno diário; - Material de escrita; - Calculadora.
	• **Espaço e tempo** - A sua resolução é executada em sala de aula num tempo previsto de 15 minutos.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - As situações de comunicação são promovidas durante a correção dos problemas, uma vez que estes são resolvidos primeiramente de forma autónoma pelos alunos.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)**

	- Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um cilindro reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, aproximando-a por prisma regulares.

3.1.2. “Peça de madeira” (teste de avaliação)

O teste realizado a 20 de março e elaborado pela professora cooperante, compreende duas partes. Esta divisão está relacionada com o facto de os alunos poderem utilizar a máquina calculadora apenas na segunda parte do teste. Com um total de 17 questões, os alunos detinham de 45 minutos para a execução de cada uma das partes.

Das questões constituintes do teste importa salientar a questão 16 (Figura 3), que será posteriormente analisada no capítulo IV. Nesta questão solicitava-se o cálculo do volume da peça arredondado às unidades. Para tal, eram fornecidas as medidas da altura, comprimento e largura do paralelepípedo, assim como a altura e o diâmetro da base do cilindro. Em adição, requeria-se que os alunos usassem 3,1416 como valor aproximado de π.



16. Num **paralelepípedo retângulo** de madeira fez-se, ao centro, **um furo cilíndrico com a mesma altura do paralelepípedo** e obteve-se a peça representada na figura ao lado.
Determina o **volume, em centímetros cúbicos**, da peça de madeira.
Apresenta o resultado **arredondado** às **unidades**.
Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.
Mostra como chegaste à tua resposta.
(Usa 3,1416 para valor aproximado de π)

Figura 3 - Problema "Peça de madeira" do teste de avaliação

Elaborou-se uma proposta de resolução para o problema apresentado de forma a facilitar a correção do mesmo. Assim, um exemplo do que seria esperado que os alunos resolvessem corretamente apresenta-se de seguida.

<u>1.º passo:</u> Cálculo do volume do paralelepípedo

$V_{paralelepípedo} = A_b \times a$

$A_{base} = 18 \times 12$

$A_{base} = 216\ cm^2$

$V_{paralelepípedo} = 216 \times 4{,}5$

$V_{paralelepípedo} = 972\ cm^3$

<u>2.º passo:</u> Cálculo do volume do cilindro

$V_{cilindro} = A_b \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

$r = 6 \div 2 = 3$

$A_{base} = \pi \times 3 \times 3$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 9$

$A_{base} \approx 28{,}2744\ cm^2$

$V_{cilindro} = A_b \times a$

$V_{cilindro} \approx 28{,}2744 \times 4{,}5$

$V_{cilindro} \approx 127{,}2348\ cm^3$

<u>3.º passo:</u> Diferença entre o volume do paralelepípedo e o volume do cilindro

$V_{peça} = V_{paralelepípedo} - V_{cilindro}$

$V_{peça} = 972 - 127{,}2348$

$V_{peça} = 844{,}7652\ cm^3$

<u>4.º passo:</u> Resposta ao problema com o resultado arredondado às unidades

A resposta correta seria que o volume da peça era 845 cm^3.

Face ao problema desenhado e implementado no teste de avaliação, construiu-se a Tabela 7 que integra a Adequação Didática do mesmo. Nesta referem-se apenas as dimensões epistémica, cognitiva, mediacional e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo.

Tabela 7 – Indicadores de Adequação Didática do problema "Peça de madeira"

Problema: "Peça de madeira"	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Propriedades** - O volume de um cilindro (Vcilindro), em unidades cúbicas, é igual ao produto da medida da área da base ($\pi \times r^2$) pela medida da altura (a): Vcilindro = $\pi \times r^2 \times a$ - O volume de um paralelepípedo retângulo (Vparalelepípedo), em unidades cúbicas, é igual ao produto das medidas das três dimensões – o comprimento (c), a largura (l) e a altura (a): Vparalelepípedo = $c \times l \times a$
	• **Procedimentos** - Cálculo do volume do cilindro e do paralelepípedo com recurso às fórmulas; - Subtração do volume do cilindro ao volume do paralelepípedo; - Arredondamento do resultado.
	• **Linguagem** <u>Simbólica:</u> - Recurso às fórmulas de volume dos sólidos;

	- Efetuação de cálculos para determinar os volumes; <u>Verbal:</u> - Resposta final ao problema.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Cálculo do volume do cilindro e do paralelepípedo; - Aproximações e arredondamentos.
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** **-** A situação apresentada corresponde a uma situação "semi-real" isto porque, embora os alunos no seu presente no quotidiano não façam perfurações em madeira, são situações imaginárias. Este tipo de situações permite que os alunos utilizem a informação que detêm para resolver o(s) problema(s) em questão.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Material de escrita; - Teste de avaliação; - Calculadora.
	• **Espaço e tempo** - Realizado em sala de aula num tempo previsto de 45 minutos para a sua resolução e de mais 3 questões com várias alíneas.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** *- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume de sólidos.* *- Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um cilindro reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, aproximando-a por prisma regulares.* **-** *Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.*

3.1.3. "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Tendo como base os conhecimentos prévios adquiridos em aulas anteriores, nomeadamente as fórmulas de volume do paralelepípedo, do cubo e do cilindro, o problema que se segue (Figura 4) tinha como objetivo que os alunos compreendessem que a medida de volume do prisma triangular é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura.

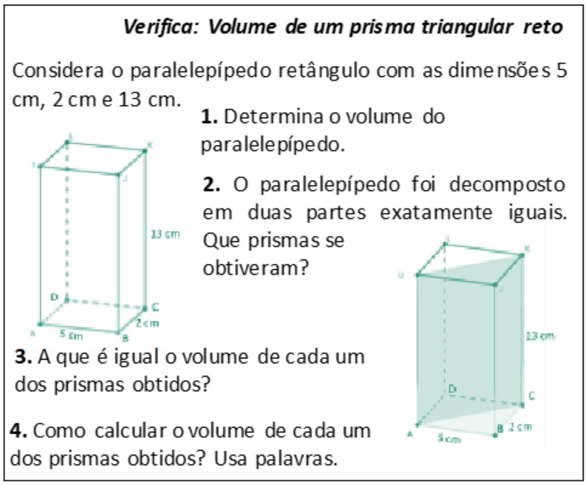


Figura 4 - Problemas do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Como forma de preparação para a elaboração do problema com os alunos bem como para a correção, elaborou-se uma proposta de resolução de como seria esperado que os alunos o resolvessem.

Relativamente ao primeiro problema, solicitava-se que os alunos determinassem o volume do paralelepípedo cujas dimensões eram fornecidas (comprimento, largura e altura).

<u>Resolução possível:</u>

$V_{paralelepípedo} = c \times l \times a$

$V_{paralelepípedo} = 5 \times 2 \times 13$

$V_{paralelepípedo} = 130\ cm^3$

O problema 2 questionava os alunos sobre a identificação dos prismas que se obtêm quando se decompõe o paralelepípedo em duas partes exatamente iguais. Esperava-se que os alunos afirmassem que eram "Dois prismas triangulares".

Já no problema 3 pretendia-se que os alunos respondessem ao que era igual o volume de cada um dos prismas obtidos. Esperava-se que os alunos concluíssem que "É igual a metade do volume do paralelepípedo. Logo, $130cm^3 \div 2 = 65\ cm^3$".

Por fim, no problema 4, utilizando palavras, os alunos deveriam descrever como calcular o volume dos prismas obtidos.

<u>Resposta esperada</u>: Uma vez que a altura era exatamente igual quer no paralelepípedo, quer no prisma triangular, os alunos chegavam à conclusão que para calcular o volume de um prisma triangular determinavam o produto da medida da área da base pela medida da sua altura.

Face aos problemas desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 8 que integra a Adequação Didática dos mesmos. Nesta referem-se apenas as dimensões epistémica, mediacional, cognitiva, afetiva, de interação e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo nesta fase de planificação e implementação relativamente a estes problemas.

Tabela 8 – Indicadores de Adequação Didática dos problemas "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Problemas: "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Propriedades** - O volume de um paralelepípedo retângulo (Vparalelepípedo), em unidades cúbicas, é igual ao produto das medidas das três dimensões – o comprimento (c), a largura (l) e a altura (a): Vparalelepípedo= $c \times l \times a$ - O volume de um prisma triangular reto (Vprismatriangular) é igual a metade do volume de um paralelepípedo retângulo (Vparalelepípedo) com a mesma altura e com base decomponível em dois triângulos iguais. Vprismatriangular = Vparalelepípedo : 2 - O volume de um prisma triangular (Vprismatriangular), em unidades cúbicas, é igual ao produto da medida da área da base ($\frac{b \times alt}{2}$) pela medida da altura (a): $Vprismatriangular = \frac{b \times alt}{2} \times a$
	• **Procedimentos** - Cálculo do volume do paralelepípedo (Problema 1); - Identificação dos prismas que decompõem o paralelepípedo (Problema 2); - Reconhecimento que o volume do prisma triangular é metade do volume do paralelepípedo (Problema 3); - Explicitação de como calcular o volume de prismas triangulares (Problema 4).
	• **Linguagem** Simbólica: - Recurso às fórmulas de volume; - Cálculos para a determinação de volumes; Verbal: - Apresentação de respostas aos problemas.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Caderno diário;

	- Material de escrita.
	• **Espaço e tempo** - Realizado em sala de aula num tempo previsto de 10 minutos.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Cálculo do volume do paralelepípedo; - Cálculo da área do triângulo.
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** **-** Os problemas em questão são de um contexto afastado do quotidiano dos alunos e, portanto, não envolvem situações do dia a dia. No entanto, ajudam a construir um raciocínio para a compreensão do cálculo da medida de volume de um prisma triangular.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - Corresponde a um momento de autonomia, no entanto, a sua correção é realizada em conjunto turma.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** **-** *Reconhecer que o volume de um prisma triangular reto é igual a metade do volume de um paralelepípedo retângulo com a mesma altura e de base equivalente a um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais às bases do prisma.* **-** *Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.*

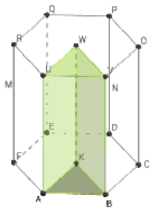
3.1.4. "Verifica: Volume de um prisma reto"

Desafiaram-se os alunos a imaginar, ao invés de um prisma triangular (sólido abordado anteriormente), um prisma hexagonal e questionou-se como calcular o seu volume. Esperava-se, portanto, que respondessem que determinavam o produto da área da base pela altura.

Através da fórmula do volume do prisma triangular já compreendida, os alunos verificaram a fórmula do cálculo do volume do prisma hexagonal, realizando a atividade "Verifica: Volume de um prisma reto" (Figura 5).

Verifica: Volume de um prisma reto

Considera o prisma hexagonal regular decomposto em seis prismas triangulares regulares tal como ilustra a figura.



1. Sabendo que a área da base de cada um dos prismas triangulares mede 6 cm^2 e que a respetiva altura mede 8 cm, determina o volume de cada um dos prismas triangulares.

2. Determina o volume do prisma hexagonal, tendo em conta a decomposição em prismas triangulares.

3. Determina a área da base do prisma hexagonal.

4. A partir da área da base do prisma hexagonal e da sua altura, explica como se pode calcular o seu volume?

Figura 5 - Problemas do "Verifica: Volume de um prisma reto"

Como forma de preparação para a elaboração do problema com os alunos, assim como para a correção do mesmo, elaborou-se uma proposta de resolução de como seria esperado que os alunos o resolvessem.

Como primeiro problema, solicitou-se aos alunos que determinassem o volume de cada um dos prismas triangulares. Os dados fornecidos referiam-se à medida da área da base (6 cm^2) e a medida da altura (8 cm).

<u>Possível resolução:</u>

$V_{prisma\ triangular} = A_b \times a$

$V_{prisma\ triangular} = 6 \times 8$

$V_{prisma\ triangular} = 48\ cm^3$

Quanto ao segundo problema, os alunos, utilizando o resultado anterior (volume do prisma triangular), calcularam a medida do volume do prisma hexagonal, uma vez que este é decomposto por seis prismas triangulares.

<u>Possível resolução:</u>

$V_{prisma\ hexagonal} = 6 \times V_{prisma\ triangular}$

$V_{prisma\ hexagonal} = 6 \times 48$

$V_{prisma\ hexagonal} = 288\ cm^3$

No problema seguinte, solicitava-se aos alunos que calculassem a área do prisma hexagonal. Para tal, esperava-se que os alunos a determinassem utilizando a medida da área do triângulo (base do prisma triangular).

<u>Possível resolução:</u>

$A_{hexágono} = 6 \times A_{triângulo}$

$A_{hexágono} = 6 \times 6$

$A_{hexágono} = 36\ cm^2$

Por fim, no problema 4, os alunos, a partir da medida da área da base do prisma hexagonal (calculada no problema anterior), explicavam como calcular o seu volume.

Possível resolução:

$V_{prisma\ hexagonal} = A_b \times a$

$V_{prisma\ hezagonal} = 36 \times 8$

$V_{prisma\ hexagonal} = 288\ cm^3$

Desta forma, os alunos compreendem duas maneiras de calcular o volume de um prisma reto, nomeadamente através da decomposição em prismas triangulares e/ou através do produto da medida área da base pela medida da altura.

Face aos problemas desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 9 que integra a Adequação Didática dos mesmos. Nesta referem-se, mais uma vez, apenas as dimensões epistémica, cognitiva, afetiva, mediacional, de interação e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo para os problemas apresentados.

Tabela 9 – Indicadores de Adequação Didática dos problemas "Verifica: Volume de um prisma reto"

Problemas: "Verifica: Volume de um prisma reto"	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Propriedades** - O volume de um prisma triangular (Vprismatriangular), em unidades cúbicas, é igual ao produto da medida da área da base ($\frac{b \times alt}{2}$) pela medida da altura (a): $Vprismatriangular = \frac{b \times alt}{2} \times a$ - O volume de um prisma hexagonal (Vprismahexagonal) é através da decomposição em prismas triangulares, ou seja, é igual ao sêxtuplo do volume do prisma triangular (Vprismatriangular): $Vprismahexagonal = 6 \times Vprismatriangular$ - O volume do prisma hexagonal (Vprismahexagonal), em unidades cúbicas, é igual ao produto da área da base (Ab) pela medida da altura (a): $Vprismahexagonal = Ab \times a$
	• **Procedimentos**

	- Cálculo do volume do prisma triangular (Problema 1); - Cálculo do volume do prisma hexagonal (Problema 2); - Cálculo da área do hexágono (Problema 3); - Explicitação de como calcular o volume do prisma hexagonal (Problema 4).
	• **Linguagem** Simbólica: - Recurso às fórmulas de volume; - Cálculos para a determinação de volumes; - Cálculos para a determinação da área. Verbal: - Apresentação de respostas aos problemas.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Cálculo do volume do prisma triangular.
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** **-** Tal como nos problemas do subcapítulo anterior, também os apresentados de seguida são de um contexto afastado do quotidiano dos alunos, não envolvem o mundo real dos alunos. Apesar disso, as questões ajudam a estimular um raciocínio para a compreensão do cálculo da medida de volume de prismas retos.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Caderno diário; - Material de escrita.
	• **Espaço e tempo** - Realizado em sala de aula num tempo previsto de 10 minutos.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - Corresponde a um momento de autonomia, no entanto, a sua correção é realizada em conjunto turma.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** - *Reconhecer, fixada unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida de área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, considerando uma decomposição em prismas triangulares.* **-** *Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.*

3.1.5. Outros Problemas do Contexto Real (“A caixa”, “A piscina” e “O aquário”)

Face às aprendizagens realizadas anteriormente, propuseram-se problemas que envolvessem o volume de sólidos, tais como “A caixa”, “A piscina” e “O aquário”. Estes problemas focaram, na sua generalidade, o descritor “Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos”.

Relativamente ao problema “A caixa” (Figura 6) pretendia-se o cálculo do volume do prisma octogonal através da sua decomposição em prismas triangulares, pelo que os alunos tinham de calcular o volume do prisma triangular e, de seguida, calcular o óctuplo desse volume. Uma outra forma seria através da determinação da medida da área do octógono através da medida da área do triângulo (área do octógono= 8 x área do triângulo), determinando o produto dessa mesma medida de área pela medida da altura.

Aplica1

A Joana comprou uma caixa para guardar bolachas com a forma de um prisma octogonal regular, dividida em oito prismas triangulares para que pudesse fazer a separação de diferentes tipos de bolachas.

Sabendo que cada parte da caixa, isto é, cada prisma triangular que o compõe tem de área de base 5 cm^2 e de altura 30 cm, determina o volume do primas octogonal, tendo em conta a sua decomposição em prismas triangulares.

Figura 6 - Problema "A caixa"

Como forma de preparação para a elaboração do problema com os alunos bem como para a correção, elaborou-se uma proposta de resolução do que seria esperado que os alunos realizassem.

<u>Proposta de resolução:</u>

$V_{caixa} = 8 \times V_{prisma\ triangular}$

$V_{prisma\ triangular} = A_b \times a$

$V_{prisma\ triangular} = 5 \times 30$

$V_{prisma\ triangular} = 150\ cm^3$

$V_{caixa} = 8 \times V_{prisma\ triangular}$

$V_{caixa} = 8 \times 150$

$V_{caixa} = 1200\ cm^3$

No problema seguinte (Figura 7), pretendia-se que os alunos calculassem a capacidade da piscina. Assim, tinham de determinar o volume da mesma. Para tal, com os dados fornecidos no enunciado (altura da piscina, medida do lado da sua base e o apótema), os alunos calculavam o produto da medida da área da base pela altura. Sendo que a área da base (hexágono) corresponde a metade do produto do perímetro do hexágono pelo apótema.

Aplica 2

A piscina da Maria tem a forma de um prisma hexagonal regular com 1,2 m de altura. A Joana observou que um dos lados da base da piscina mede 2 m e que o apótema da base da piscina mede, aproximadamente, 1,4 m.

Calcula, em litros, a capacidade da piscina.

Figura 7 - Problema "A piscina"

Depois de calculado o volume do prisma hexagonal e, como passo final para a resolução do problema, esperava-se que os alunos determinassem a capacidade da piscina em litros, sabendo que um decímetro cúbico corresponde a um litro. Neste seguimento, surge uma possível resolução correta do problema proposto.

<u>Possível resolução:</u>

<u>1.ºPasso:</u> Cálculo do volume da piscina, isto é, cálculo do volume do prisma hexagonal

$V_{piscina} = A_b \times a$

$A_{base} = \frac{P \times apot}{2}$

$A_{base} = \frac{(2 \times 6) \times 1,4}{2}$

$A_{base} = 8,4\ m^2$

$V_{piscina} = A_b \times a$

$V_{piscina} = 8,4 \times 1,2$

$V_{piscina} = 10,08\ m^3$

<u>2.ºPasso:</u> Conversão do volume (m^3) em capacidade (l)

$10,08\ m^3$ = 10080 $dm^3 = 10080\ \ell$

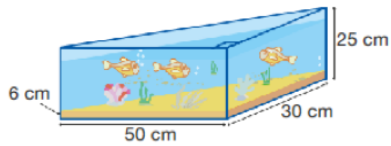
A piscina tem 10080 ℓ de capacidade.

Por fim, "O aquário" é constituído por dois problemas, sendo que a resolução do segundo depende da resolução do primeiro (Figura 8). Numa primeira questão do problema, solicitava-se que os alunos determinassem a quantidade de areia, em centímetros cúbicos, que o Roberto teria de comprar para colocar uma camada de areia de 6 cm de espessura no fundo do aquário.

Desta forma, os alunos tinham de determinar o volume de um prisma cuja base triangular tem de altura e base 50 cm e 30 cm, respetivamente, e cuja altura do prisma é 6 cm (espessura da camada de areia).

Recorda

Observa as dimensões do novo aquário do Roberto.



1. O Roberto decidiu colocar uma camada de areia de 6 cm de espessura no fundo do aquário. Que quantidade de areia, em centímetros cúbicos, deverá o Roberto comprar?

2.Determina, em centímetros cúbicos, o volume do aquário e a respetiva capacidade em litros.

Figura 8 - Problemas "O aquário"

Relativamente ao segundo problema, solicitava-se, em centímetros cúbicos, o volume do aquário e a respetiva capacidade em litros. Sendo que os alunos foram advertidos para que o volume que era solicitado correspondia ao volume do aquário, mas excluindo o volume ocupado pela areia. Para tal, os alunos tinham de subtrair o volume da camada de areia ao volume total do aquário.

<u>Proposta de resolução:</u>

1.

$V_{areia} = A_b \times a$

$A_{base} = \dfrac{b \times a}{2}$

$A_{base} = \dfrac{50 \times 30}{2}$

$A_{base} = 750\ cm^2$

$V_{areia} = A_b \times a$

$V_{areia} = 750 \times 6$

$V_{areia} = 4500\ cm^3$

A quantidade de areia que o Roberto deverá comprar é 4500 cm^3.

2.

$V_{aquário\ total} = A_b \times a$

$A_{base} = 750\ cm^2$

$V_{aquário\ total} = 750 \times 25$

$V_{aquário\ total} = 18750\ cm^3$

$V_{água} = V_{aquário\ total} - V_{areia}$

$V_{água} = 18750 - 4500$

$V_{água} = 14250\ cm^3$

$14250\ cm^3 = 14{,}250\ dm^3 = 14{,}250\ \ell$

O aquário tem de volume 14250 cm^3 e 14,250 ℓ de capacidade.

Perante os problemas desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 10 que integra a Adequação Didática dos mesmos. Nesta referem-se apenas as dimensões epistémica, cognitiva, afetiva, mediacional, de interação e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo nesta fase de planificação e implementação.

Tabela 10 – Indicadores de Adequação Didática dos problemas de contexto real

Outros problemas de contexto real	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Propriedades** - O volume de um prisma triangular (Vprismatriangular), em unidades cúbicas, é igual ao produto da medida da área da base ($\frac{b \times alt}{2}$) pela medida da altura (a): $Vprismatriangular = \frac{b \times alt}{2} \times a$ - O volume de um prisma octogonal (Vprismaoctogonal) é através da decomposição em prismas triangulares, ou seja, é igual ao octúplo do volume do prisma triangular (Vprismatriangular): $Vprismaoctogonal = 8 \times Vprismatriangular$ - O volume do prisma hexagonal (Vprismahexagonal), em unidades cúbicas, é igual ao produto da área da base (Ab) pela medida da altura (a): $Vprismahexagonal = Ab \times a$
	• **Procedimentos** - Cálculo do volume do prisma octogonal através do volume de prismas triangulares; - Cálculo do volume do prisma hexagonal e sua correspondência em litros; - Cálculo do volume do prisma triangular (areia); - Subtração do volume da areia ao volume total do aquário e conversão do respetivo volume para litros.
	• **Linguagem** Simbólica: - Recurso às fórmulas de volume;

	- Cálculos para a determinação de volumes; <u>Verbal:</u> - Apresentação de respostas aos problemas.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Cálculo de volumes (prisma e cilindros); - Conversão de unidade de medida de volume para unidades de capacidade; - Cálculo da área do hexágono; - Cálculo da área do triângulo.
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** **-** Os três problemas apresentados envolvem situações de contexto real, nomeadamente uma caixa de bolachas, uma piscina e um aquário. Correspondem a situações que permitem aos alunos atribuírem significado e utilidade ao que aprenderam, uma vez que são mais próximas da realidade dos alunos e, como tal, desperta-lhes mais interesse.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Caderno diário; - Material de escrita.
	• **Espaço e tempo** - Realizado em sala de aula num tempo previsto de 10-15 minutos para cada um dos problemas.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - Corresponde a um momento de autonomia, no entanto, a sua correção é realizada em conjunto turma.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** *- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.* **-** *Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.* *- Reconhecer, fixada unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida de área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, considerando uma decomposição em prismas triangulares.*

3.2. Desenho de Problemas Matemáticos para o Guião Didático do Projeto EduPARK

Os problemas matemáticos desenhados para incorporar o Guião Didático do Projeto EduPARK tinham também como principal objetivo analisar as estratégias utilizadas e as dificuldades demonstradas pelos alunos e ainda avaliar a sua motivação no contexto de sala de aula e no contexto *outdoor* – Parque Infante D. Pedro. Após pesquisas sobre o Parque Infante D. Pedro, visitas e observações e após a análise dos conteúdos matemáticos abordados no 6.º ano do Ensino Básico, juntamente com o meu par pedagógico, desenharam-se os problemas.

O Programa de Matemática (2013) esteve na base do desenho de problemas, não só porque os conteúdos iam ao seu encontro, como também permitiu desenvolver a estruturação do pensamento (melhorar a capacidade de argumentar e desenvolver a comunicação matemática através da troca de ideias de resolução), a análise do mundo natural (relação da matemática com outras áreas e com a matemática realista) e a interpretação da sociedade (relação com o quotidiano – Etnomatemática – na da cultura e da história) (Bivar et al., 2013, p.2). Para além do Programa de Matemática, os indicadores de Adequação Didática de Godino (2011), a vertente Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio e a vertente da Matemática Realista, também serviram de base para o desenho dos problemas.

Os problemas foram desenhados primeiramente para serem incorporadas na aplicação móvel EduPARK, para que posteriormente os alunos da turma de estágio se deslocassem ao parque da cidade para a manipulação da aplicação. Estes problemas da área curricular da matemática centram-se essencialmente na interpretação de enunciados, processos de visualização, sólidos geométricos, áreas e proporcionalidade direta. Atendo à impossibilidade da deslocação da turma de Prática Pedagógica Supervisionada dos alunos ao local, as atividades foram ligeiramente adaptadas de forma a serem exequíveis em sala de aula.

3.2.1. EduPARK na Sala de Aula com a Turma do 6.º Ano da Prática Pedagógica Supervisionada

Os problemas propostos têm como principal finalidade analisar as estratégias utilizadas e as dificuldades demonstradas pelos alunos e, num último momento, avaliar a motivação para a realização de problemas envolvendo um contexto tão próximo dos alunos - o Parque Infante D. Pedro. Os problemas provenientes deste espaço pretendem ligar assim a matemática à cultura, lazer e arquitetura (Etnomatemática). Neste seguimento, deseja-se tornar a matemática viva, com significado e utilidade (D'Ambrosio, 2002).

Com o impedimento da deslocação dos alunos, apresentou-se o Parque à turma inicialmente através de um diálogo mediado procurando saber se o Parque era conhecido pelos alunos. Apresentam-se as questões que serviram de base para a mediação do diálogo:

- Conhecem o Parque Infante D. Pedro?
- Sabem porque motivo é vulgarmente conhecido como Parque da Macaca?
- Que edifícios ou construções podemos encontrar neste Parque?
- Conhecem o Torreão/Depósito de Água presente no Parque?
- Qual era a utilidade do edifício no passado? E atualmente?

Recorreu-se também ao *Google Maps*, ferramenta através da qual é possível a visualização de mapas e de imagens de satélite (tal como a Figura 9) e exploraram-se várias zonas do Parque (visita virtual).

Figura 9 – Exemplo de uma vista aérea do Parque Infante D. Pedro

A Figura 9, constitui um exemplo da vista aérea, apresentada à turma, do Parque da Cidade de Aveiro na qual é possível identificar um dos seus espaços mais particulares, mais concretamente a zona do Coreto e do Torreão/Depósito de Água, o seu lago e outros espaços verdes.

Anexou-se aos problemas propostos fotografias da zona do parque a conhecer – o Torreão/Depósito de Água – assim como algum texto informativo como forma de contextualiza-lo. Num primeiro problema propunha-se a identificação de sólidos geométricos que compõem o Torreão (Figura 10). Para tal, os alunos recorreram as fotografias fornecidas (Figuras 11 e 12).

CONHECER O TORREÃO

O Torreão presente no parque Infante D. Pedro de Aveiro foi edificado em 1922. Este era originalmente usado como depósito de água. Mais tarde, foi convertido em posto de transformação de energia elétrica. Atualmente constitui um miradouro com quatro direções de observação panorâmica, através dos pequenos janelos, sobre a cidade.

1. Em que sólidos distintos pode ser decomposto o Torreão?

Figura 10 - Problema 1 Torreão/Depósito de Água

Figura 11 - Fotografias de duas perspetivas do Torreão/Depósito de Água

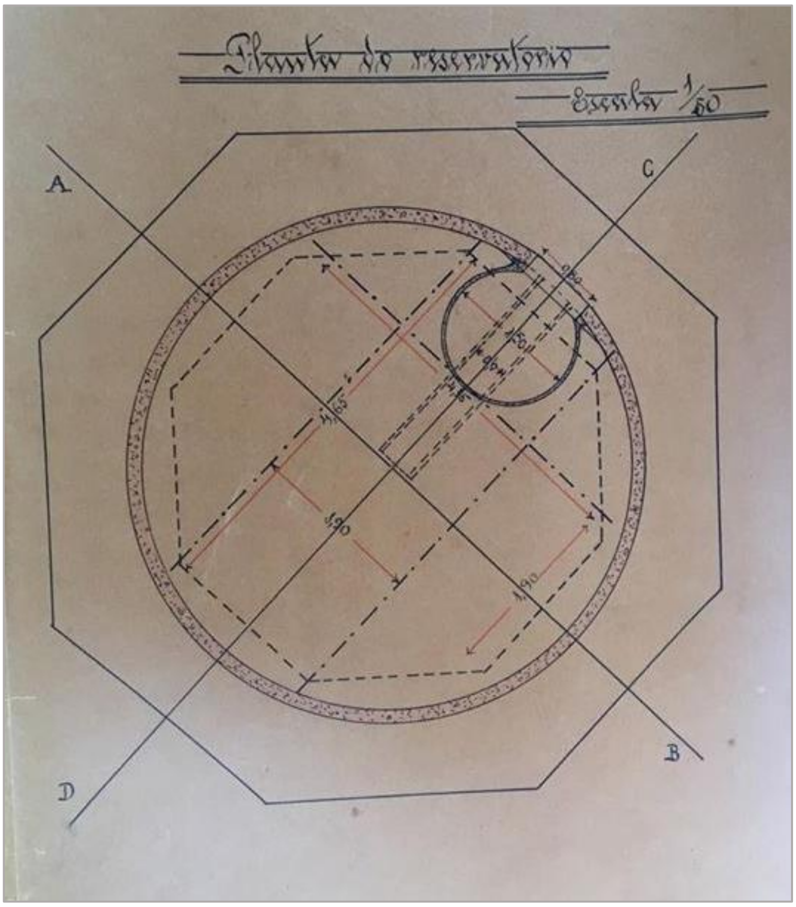
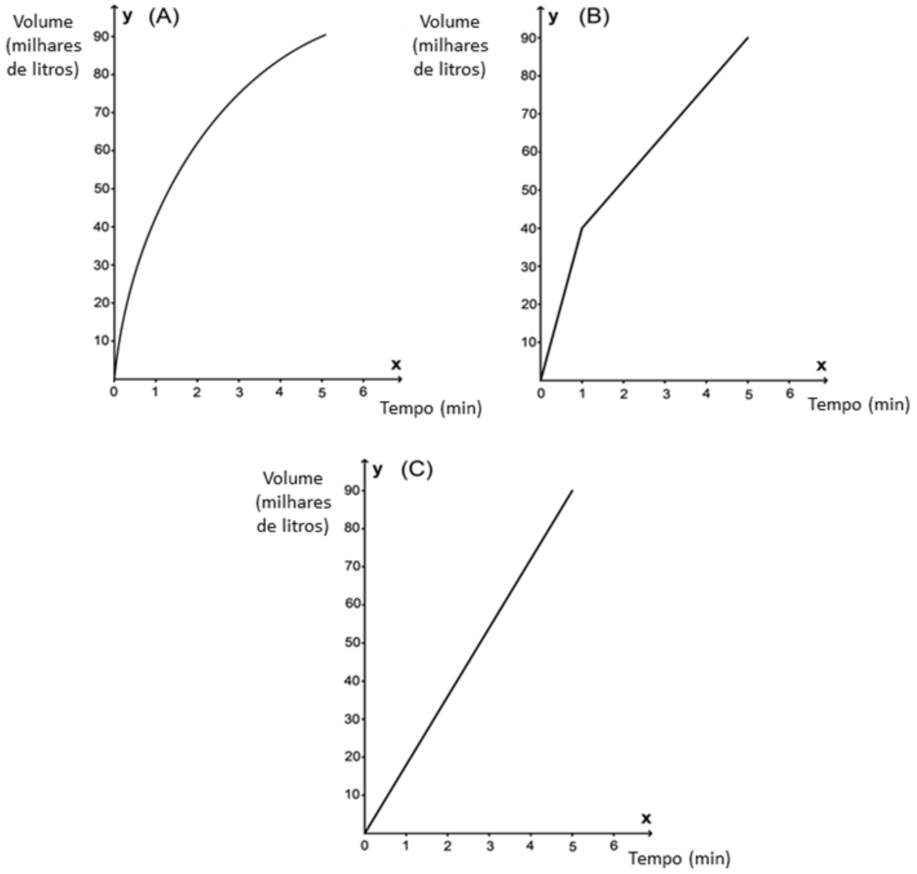


Figura 12 - Planta do reservatório de água 1992 retirada do documento “Projeto do Reservatório” pertencente à Biblioteca Municipal de Aveiro

No problema 1 esperava-se que os alunos identificassem como sólidos distintos que compõem o Torreão, o prisma octogonal, o cilindro e a semiesfera, através da conexão entre as fotografias do Torreão (3D) e a planta (2D).

No segundo problema (Figura 13) solicitava-se que os alunos indicassem e justificassem qual das representações gráficas corresponde à situação descrita no enunciado.

2. Para encher o depósito de água com 90 000 litros (a capacidade máxima é de 120 000 litros) utilizava-se uma torneira com caudal constante e igual a 18 000 litros por minuto.
Indica qual das seguintes representações gráficas corresponde à situação descrita, sabendo que no eixo dos X se representa o tempo, em minutos, e no eixo dos Y o volume, em milhares de litros.



Resposta: Justificação:

Figura 13 - Problema 2 Torreão/Depósito de Água

Era expectável que os alunos concluíssem que a representação (C) correspondia à representação correta e que justificassem, por exemplo, que se tratava de um caudal constante e que por isso teria de corresponder a um gráfico com proporcionalidade direta.

Face aos problemas desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 11 que integra a sua Adequação Didática. Nesta tabela refere-se apenas as dimensões epistémica, cognitiva, mediacional, de interação, afetiva e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo nesta fase de planificação e implementação.

Tabela 11- Indicadores de Adequação Didática dos problemas EduPARK em sala de aula

EduPARK na sala de aula	
Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)	
Dimensão epistémica	• **Procedimentos** - Identificação dos sólidos geométricos que decompõem o Torreão/Depósito de Água; - Interpretação gráfica, escolha e justificação da representação gráfica que corresponde à situação descrita
	• **Linguagem** Verbal: - Registo dos sólidos geométricos; - Justificação da escolha da representação gráfica. Gráfica: - Leitura e interpretação de gráficos.
	• **Argumentação** - Os alunos apresentam uma justificação perante a escolha da opção relativamente ao problema 2.
Dimensão cognitiva	• **Conhecimentos prévios** - Reconhecimento e identificação de sólidos geométricos; - Interpretação de representações gráficas.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Fotografias e planta do Torreão/Depósito de Água; - Computador com acesso à internet.
	• **Espaço e tempo** - Realizado em sala de aula num tempo previsto de 15 minutos.
Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** - Realização de problemas que envolvem um contexto próximo dos alunos – o Parque Infante D. Pedro.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - Corresponde a um momento de autonomia.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** *- Identificar sólidos geométricos.* *- Resolver problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta.*
	• **Relação Intradisciplinar** - Fomenta a ligação da Geometria e medida (volumes e capacidades) com a álgebra (proporcionalidade direta).

	• **Integração das novas tecnologias** - Recurso à ferramenta *Google Maps*

Após a conclusão da resolução dos problemas, procedeu-se à realização de um *focus group*. Para isso, surgiu uma lista um conjunto de tópicos mediadores do diálogo:

- grau de dificuldade dos problemas de matemática propostos e perceber o motivo de dificuldade ou facilidade (escala de avaliação);
- ligação dos problemas matemáticos com o quotidiano (parque);
- interesse e motivação para a resolução destes problemas (escala de avaliação);
- imaginação sobre a realização de atividades com conteúdos escolares no Parque Infante D. Pedro através do uso de uma aplicação móvel

3.2.2. Planificação e Implementação do Guião Didático na Academia de Verão

Surgiu a oportunidade de implementar o Guião Didático do EduPARK no âmbito da Academia de Verão no dia 11 de julho durante o período da manhã, cujos participantes foram alunos de várias turmas da região de Aveiro do 5.º e 6.º anos de escolaridade, não sendo a turma da Prática Pedagógica Supervisionada.

Mediante o número de participantes (24), estes foram distribuídos em oito grupos de três elementos cada um. Cada grupo teve um monitor científico que o acompanhou durante todo o percurso, de forma a garantir a segurança dos participantes e a auxiliar na utilização da aplicação, caso se verificasse necessário. Cada grupo tinha acesso a um telemóvel do projeto, com a aplicação móvel integrada, para fazer a atividade.

Os problemas implementados foram os dois problemas anteriormente apresentados, embora desta vez em "formato" de aplicação móvel e as respostas a estes problemas eram de escolha múltipla. Para além desses dois adicionou-se um outro problema que solicitava a identificação do sólido não poliedro no monumento em homenagem ao Dr. Jaime Magalhães Lima (Figura 14).

Figura 14 - Fotografia do monumento em homenagem ao Dr. Jaime Magalhães Lima

Antes de surgir a questão, solicitava-se na introdução que os alunos se dirigissem para o Monumento em questão (Figura 15).

Figura 15 – Introdução ao problema do monumento em homenagem ao Dr. Jaime Magalhães Lima

Adicionalmente à introdução do monumento em questão, os grupos tinham a possibilidade de visualizar um vídeo sobre os sólidos poliedros e não poliedros, o qual se encontra transcrito de seguida.

<u>Transcrição do vídeo</u>

Sabem distinguir poliedros de não poliedros? Os poliedros em que poli- significa muitos e -hedros significa faces, são sólidos geométricos delimitados por faces planas como o cubo e o paralelepípedo. As faces são limitadas por segmentos de reta, as arestas e os pontos de encontro das arestas são os vértices. Já os não poliedros são sólidos geométricos delimitados, no todo ou em parte, por superfícies curvas, como o cone ou a esfera.

Após a visualização do vídeo (passo opcional), surge a questão (Figura 16).

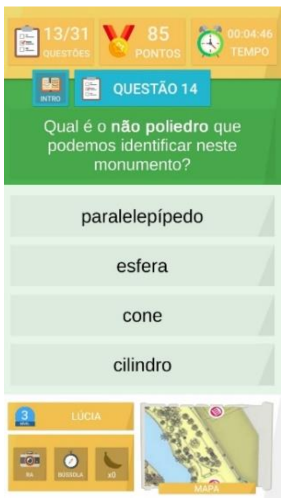


Figura 16 - Questão 13 da aplicação

Era esperado que os alunos selecionassem o cilindro como sólido não poliedro. Caso os alunos respondessem corretamente à questão, recebiam o feedback ilustrado na Figura 17, no entanto se o os alunos respondessem erradamente, era-lhes fornecido o feedback presente na Figura 18.

Figura 17 - Feedback caso os alunos acertassem na resposta à questão 13 da aplicação

Figura 18 - Feedback caso os alunos errassem na resposta à questão 13 da aplicação

Tal como se pode constatar na Figura 18, caso os alunos errassem, podiam rever o vídeo sobre os poliedros e não poliedros. Para além disso, ainda podiam recorrer ao ícone “imagem” onde era destacado a vermelho o sólido não poliedro do monumento (Figura 19).

Figura 19 – Destaque do sólido não poliedro presente no momento em homenagem ao Dr. Jaime Magalhães.

Para introduzir a questão 16, pedia-se aos participantes que se dirigissem ao Depósito de Água (Figura 20).

Figura 20 – Introdução ao primeiro problema sobre o Torreão/Depósito de Água

Na questão 16 os participantes tinham a possibilidade de escolher mais do que uma opção, uma vez que se perguntava quais os sólidos distintos que podiam identificar no Torreão/Depósito de Água. Era esperado que os alunos selecionassem o cilindro, o prisma octogonal e a semiesfera (Figura 21). Desta forma, a única opção incorreta era a esfera.

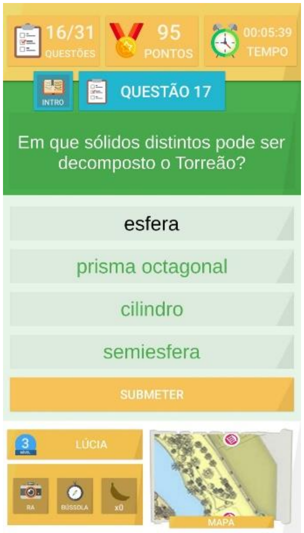


Figura 21 - Resposta correta selecionada na questão 16 da aplicação

Caso os alunos respondessem corretamente à questão, recebiam o feedback ilustrado na Figura 22. Para responderem acertadamente os alunos teriam que selecionar todas as opções corretas, ou seja, as três referidas acima.

Figura 22 - Feedback caso os alunos acertassem na resposta à questão 16 da aplicação

Contudo, se o grupo respondesse erradamente, era-lhe fornecido o feedback presente na Figura 23.

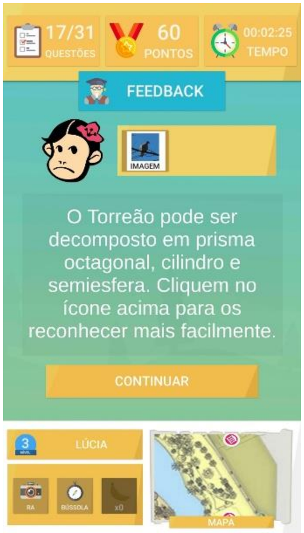


Figura 23 - Feedback caso os alunos errassem na resposta à questão 16 da aplicação

Para além deste feedback utilizado para o caso de errarem, os participantes podiam clicar no ícone "imagem" e era-lhes fornecida uma imagem (Figura 24) que evidenciava os três sólidos geométricos que compõem o Depósito de Água.

Figura 24 - Destaque dos sólidos geométricos que constituem o Depósito de Água/Torreão

De seguida, e de forma a introduzir a questão 17, surgia o texto apresentado no ecrã (Figura 25). Solicitava-se que os alunos acedessem ao ícone imagem e atentassem às representações gráficas aí apresentadas.

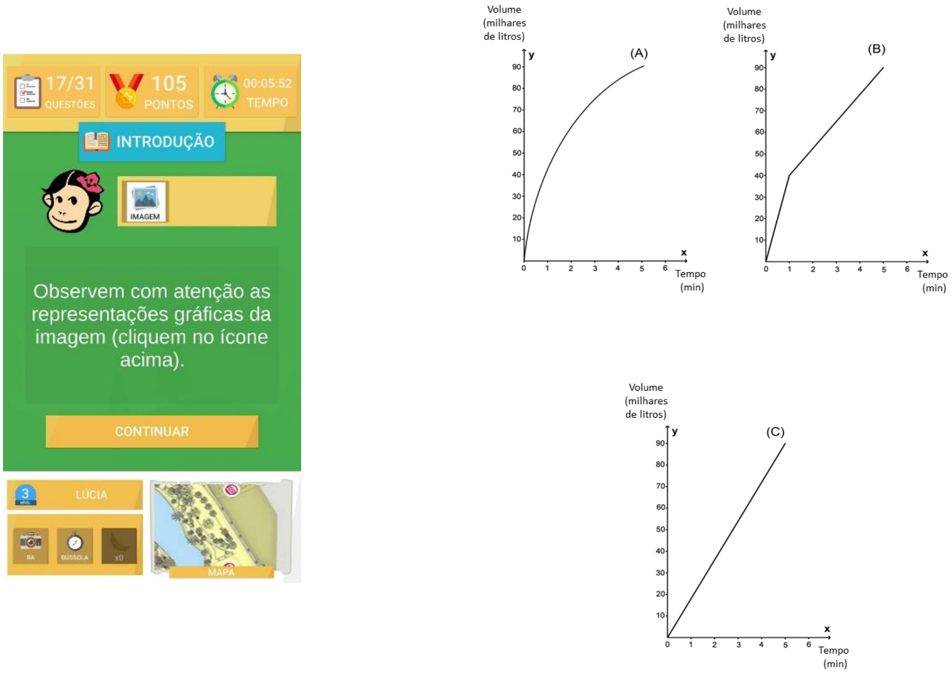


Figura 25 - Introdução ao segundo problema sobre o Torreão/Depósito de Água

Na questão 17, os participantes podiam apenas escolher a opção que representasse a situação descrita (Figura 26).

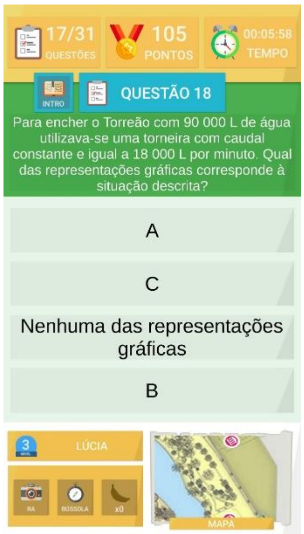


Figura 26 – Questão 17 da aplicação EduPARK

Era esperado que os alunos selecionassem o gráfico correspondente a uma situação de proporcionalidade direta. Caso necessário, os alunos poderiam voltar à introdução, clicando no ícone "introdução" para poderem observar novamente os gráficos e selecionarem a opção correta (C).

Caso os alunos respondessem corretamente à questão, recebiam o feedback ilustrado na Figura 27.

Figura 27 - Feedback caso os alunos acertassem na resposta à questão 17 da aplicação

No entanto, se o os alunos respondessem erradamente, era-lhes fornecido o feedback presente na Figura 28. Juntamente com o texto, os participantes podiam visualizar novamente a representação gráfica C, clicando no ícone "imagem".

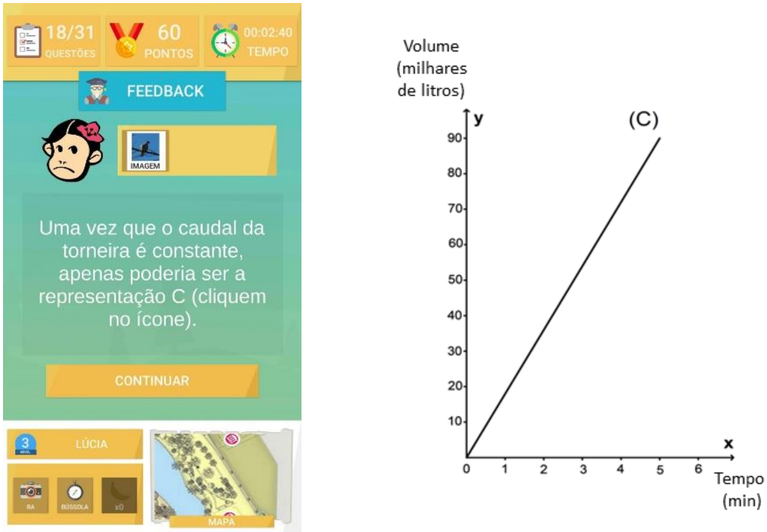


Figura 28 - Feedback caso os alunos errassem na resposta à questão 17 da aplicação

Concluída a manipulação da aplicação, e com o intuito de obter informação acerca das atitudes e opiniões dos alunos acerca da aplicação e da sua participação no projeto EduPARK, realizaram-se inquéritos por questionário. O questionário encontrava-se dividido em cinco partes (Anexo V). A primeira pretendia traçar o perfil dos utilizadores da aplicação. A segunda e terceira partes pretendiam recolher a opinião sobre a aplicação. Na quarta parte solicitava-se a apreciação geral da atividade na Academia de Verão. E, por fim, na última parte, pretendia-se recolher informação sobre a ligação da aplicação à matemática. Embora o questionário compreendesse todas estas partes, importa destacar apenas uma porção da primeira parte e a quinta parte na íntegra, as quais são alvo de análise no capítulo seguinte. Esta opção de apenas analisar apenas determinadas partes está relacionada com o interesse que estas têm para o presente estudo, sendo que as restantes têm mais interesse para o Projeto EduPARK em si.

Depois da realização dos questionários, procedeu-se à fase de *focus group* cujo objetivo era concretizar uma espécie de diálogo com os vários participantes no Projeto EduPARK e recolher informações adicionais aos questionários. Neste sentido listou-se um conjunto de temas mediadores do diálogo:

- grau de dificuldade dos problemas de matemática propostos e perceber o motivo de dificuldade ou facilidade;
- tempo de resposta aos problemas;
- outros problemas que poderiam ser construídos relacionados com a matemática e o Parque Infante D. Pedro.

Face aos problemas matemáticos desenhados e implementados, construiu-se a Tabela 12 que integra a sua Adequação Didática. Esta tabela refere-se às dimensões epistémica, cognitiva, mediacional, afetiva, de interação e ecológica, uma vez que estas constituem os indicadores com maior relevo nesta fase de planificação e implementação.

Tabela 12 – Indicadores de Adequação Didática dos problemas do EduPARK na Academia de Verão

<table>
<tr><th colspan="2">EduPARK na Academia de Verão</th></tr>
<tr><td colspan="2">Indicadores de Adequação Didática com base em Godino (2011)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Dimensão epistémica</td><td>• Procedimentos
- Identificação de sólidos não poliedros;
- Identificação dos sólidos geométricos que decompõem o Torreão/Depósito de Água;
- Interpretação gráfica e escolha da representação gráfica que corresponde à situação descrita</td></tr>
<tr><td>• Linguagem
<u>Verbal:</u>
- Identificação dos sólidos geométricos;
- Seleção da representação gráfica.

<u>Gráfica:</u>
- Leitura e interpretação de gráficos.</td></tr>
<tr><td>Dimensão cognitiva</td><td>• Conhecimentos prévios
- Reconhecimento e identificação de sólidos geométricos;
- Interpretação de representações gráficas.</td></tr>
</table>

Dimensão afetiva	• **Relação com o quotidiano** - Realização de problemas no Parque Infante D. Pedro que envolvem esse mesmo contexto.
Dimensão mediacional	• **Recursos** - Telemóveis com a *app mobile* EduPARK instalada.
	• **Espaço e tempo** - Realizado no Parque Infante D. Pedro de Aveiro durante a manhã.
Dimensão de interação	• **Comunicação** - Corresponde a um momento em grupo, sendo que como tal é favorecido o diálogo, a comunicação e a argumentação dinâmica entre os alunos.
Dimensão ecológica	• **Indicações curriculares (Metas)** *- Identificar sólidos geométricos.* *- Resolver problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta.*
	• **Relação Intradisciplinar** - Fomenta a ligação da Geometria e medida (volumes e capacidades) com a álgebra (proporcionalidade direta).
	• **Integração das novas tecnologias** - Recurso à aplicação móvel EduPARK.

CAPÍTULO IV - ANÁLISE E TRATAMENTO DOS RESULTADOS

No presente capítulo são apresentados os dados recolhidos, a sua análise e a sua interpretação, tendo como base as questões de investigação formuladas no início do relatório e que aqui se renomeiam:

- Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano?
- Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?

Na análise são apresentados os resultados dos problemas implementados em sala de aula e as suas resoluções, através das categorias da linguagem e procedimentos utilizados e das dificuldades identificadas nos alunos. É de salientar que o número de soluções recolhidas não é igual em todos os problemas. Com o intuito de facilitar a leitura das resoluções recolhidas procedeu-se à transcrição das mesmas. Uma vez que a ortografia não constitui um aspeto relevante para o desenvolvimento do presente estudo, optou-se por realizar a transcrição das resoluções com a ortografia corrigida.

Na impossibilidade da turma se dirigir ao Parque da Cidade, "deslocou-se" o Parque para a sala de aula. Assim, no presente capítulo são também analisados e tratados os resultados recolhidos e relativos à atividade.

Por fim, são ainda apresentados os resultados obtidos do projeto EduPARK, em situação *outdoor* no contexto Academia de Verão. Neste, não participou a turma onde se implementou a Unidade de Ensino planificada, mas participaram 24 alunos, de variadas escolas e turmas do 5.º e 6.º anos de escolaridade de Aveiro.

4.1. Problemas Implementados em Sala de Aula

Neste subcapítulo estão incluídos os problemas implementados em sala de aula que visam o alcance de algumas aprendizagens presentes na Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática do Domínio da Geometria e Medida referidas no capítulo anterior. As soluções aqui apresentadas são relativas ao contexto de sala de aula e ao contexto do teste de avaliação.

4.1.1. Problemas "Aplica…Volume do cilindro reto"

Quanto ao problema "Aplica…Volume do cilindro reto", foram recolhidas quatro soluções. No enunciado era solicitado aos alunos que calculassem a medida do volume de cinco cilindros, sendo que as medidas necessárias eram fornecidas nos enunciados.

Problema 1.1.

Com o intuito de facilitar o tratamento dos resultados recolhidos, construiu-se a seguinte tabela (Tabela 13) relativa ao problema 1.1.

Tabela 13 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 1.1. do “Aplica…Volume do cilindro reto”

Aluno		1	2	3	4
Problema 1.1.	Calcula corretamente o volume do cilindro.	✓	✓	✓	✓
	Apresenta o volume em centímetros cúbicos.	✓	✓	✓	✓
	Apresenta o resultado arredondado às unidades.	✓	✓	×	✓

Repare-se que das soluções recolhidas, apenas um dos alunos não apresentou uma resolução totalmente correta. Assim, segue-se um exemplo de resolução correta do problema 1.1. (Figura 29).

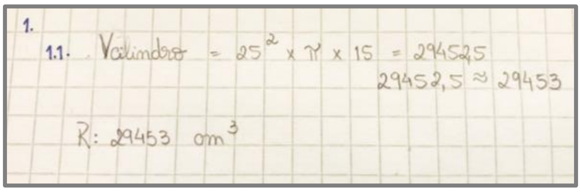


Figura 29 - Resolução correta do problema 1.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$$Vcilindro = 25^2 \times \pi \times 15 = 29452{,}5$$
$$29452{,}5 \approx 29453$$
R: 29453 cm^3

Figura 30 - Transcrição da resolução correta do problema 1.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

<u>Procedimento utilizado</u>:

O aluno utilizou os dados fornecidos no enunciado, substituindo diretamente na fórmula do volume do cilindro. Mais precisamente, determinou o produto do quadrado da medida do raio da base (25^2) pelo produto de π (3,1416), pela medida da sua altura (15), obtendo 29452,5 centímetros cúbicos. Por fim, apresenta o resultado em centímetros cúbicos arredondado às unidades, isto é, 29453 cm^3.

Dificuldades detetadas:

Verificou-se que o aluno 3, embora tenha calculado corretamente a medida do volume do cilindro, não a apresentou arredondada às unidades tal como solicitado no enunciado (Figura 31). Neste caso, o aluno determinou separadamente a área da base – área do círculo, ou seja, calculou o produto de π (3,1416) pelo produto da medida do raio (25 cm) pelo raio novamente (25 cm) e não apresenta o resultado arredondado às unidades, ou seja, apresenta 29452,5 cm^3 como resposta final.

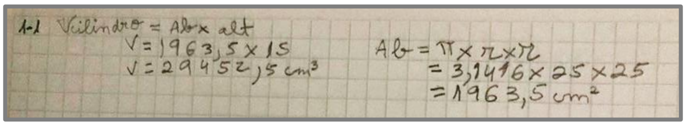


Figura 31 - Resolução parcialmente errada do problema 1.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$Vcilindro = Ab \times alt$
$V = 1963{,}5 \times 15$
$V = 29452{,}5\ cm^3$

Ab$= \pi \times r \times r$
$= 3{,}1416 \times 25 \times 25$
$= 1963{,}5\ cm^2$

Figura 32 – Transcrição da resolução parcialmente correta do problema 1.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

Problema 1.2.

Relativamente ao problema 1.2., construiu-se uma tabela de forma a facilitar o tratamento dos resultados recolhidos (Tabela 14).

Tabela 14 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 1.2. do "Aplica…Volume do cilindro reto"

Aluno		1	2	3	4
Problema 1.2.	Reconhece o passo de determinar o raio – metade do diâmetro.	✓	✓	✓	✓
	Calcula corretamente o volume do cilindro.	✓	✓	✓	✓
	Apresenta o volume em centímetros cúbicos.	✓	✓	✓	✓
	Apresenta o resultado arredondado às unidades.	✓	✓	✗	✓

É evidente que, tal como acontece no problema anterior, apenas um aluno não apresentou uma resolução totalmente correta. Segue-se, portanto, um exemplo de resolução correta do problema 1.2. (Figura 33).

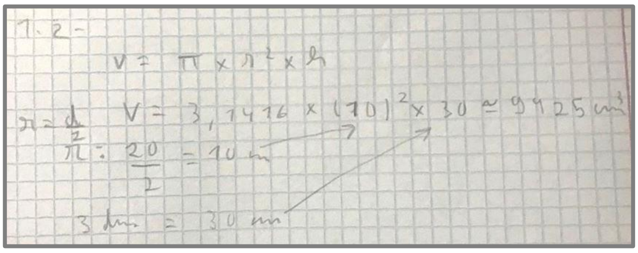


Figura 33 - Resolução correta do problema 1.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

$$r = \frac{d}{2} \qquad V = 3{,}1416 \times (10)^2 \times 30 \approx 9425\ cm^3$$

$$r = \frac{20}{2} = 10\ cm$$

$$3\ dm = 30cm$$

Figura 34 - Transcrição da resolução correta do problema 1.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

Procedimento utilizado:

O aluno detetou a necessidade de converter a medida da altura do cilindro de decímetros para centímetros (3 dm = 30 cm), assim como determinou a medida do raio da base, calculando metade da medida do diâmetro (20 :2 = 10). Depois de calcular o volume do cilindro, nomeadamente, determinando o produto de π (3.1416) pelo produto do quadrado da medida do raio da base (10^2), pela medida da altura (30), apresentou a resposta arredonda às unidades e em centímetros cúbicos, como solicitado no enunciado (9425 cm^3).

Dificuldades demonstradas:

Tal como no problema anterior, salienta-se também a resolução parcialmente correta do aluno 3 (Figura 35), que executou corretamente todos os passos do problema, no entanto, não apresenta novamente a medida do volume arredondado às unidades. O aluno converteu a medida da altura do cilindro de decímetros para centímetros. De seguida, calculou a área do círculo (3,1416 x 10 x 10) obtendo uma área de 314,16 centímetros quadrados. Por fim, determinou o produto desta medida pela medida da altura (314,16 x 30), obtendo um volume de 9424,8 centímetros cúbicos. Tal como se pode observar, não apresentou o volume arredondado às unidades.

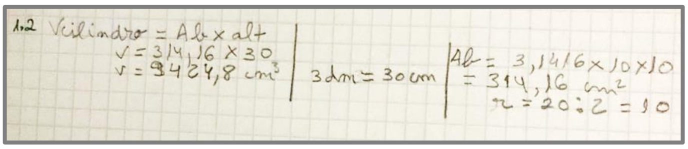


Figura 35 - Resolução parcialmente correta do problema 1.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$V = Ab \times alt$ $V = 314{,}16 \times 30$ $V = 9424{,}8\ cm^3$	$3\ dm = 30\ cm$	$Ab = 3{,}1416 \times 10 \times 10$ $= 314{,}16\ cm^2$ $r = 20 \div 2 = 10$

Figura 36 – Transcrição da resolução parcialmente correta do problema 1.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

Problema 2.1.

Quanto ao problema 2.1., construiu-se uma tabela de forma a facilitar o tratamento dos resultados recolhidos (Tabela 15).

Tabela 15 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2.1. do “Aplica…Volume do cilindro reto”

Aluno		1	2	3	4
Problema 2.1.	Calcula corretamente o volume do cilindro.	✓	×	✓	✓

Note-se que apenas o aluno 2 não determinou corretamente o volume do cilindro. Por conseguinte, apresenta-se primeiramente um exemplo de resolução correta do problema 2.1. (Figura 37).

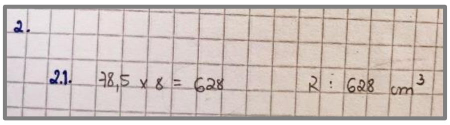


Figura 37 - Resolução correta do problema 2.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$78{,}5 \times 8 = 628$	R: $628\ cm^3$

Figura 38 – Transcrição da resolução correta do problema 2.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

<u>Procedimento utilizado:</u>

Na resolução apresentada o aluno determinou o produto da medida área da base (medida já fornecida no enunciado, mais concretamente 78,5 cm^2) pela medida da altura (do cilindro (8 cm). Apresentando então corretamente 628 como medida do volume do cilindro em centímetros cúbicos.

<u>Dificuldades demonstradas:</u>

Na resolução apresentada na Figura 39, verifica-se que o aluno não utilizou corretamente os dados fornecidos no enunciado na aplicação da fórmula do cálculo do volume do cilindro. Isto porque assumiu a medida da área da base fornecida (78,5 cm^2) como sendo a medida do diâmetro da base e, portanto, determinou metade do mesmo, ou seja, a medida do raio (39,25 cm). Neste sentido, é possível concluir que ou o enunciado não foi interpretado corretamente pelo aluno, ou que este estava então “automatizado” para que os dados fornecidos fossem frequentemente a medida da altura e a medida do raio ou do diâmetro da base do cilindro. Em adição, apresentou a resposta arredondada às unidades, não sendo solicitado no enunciado. Em último lugar, na resposta final não apresentou as unidades de medida de volume.

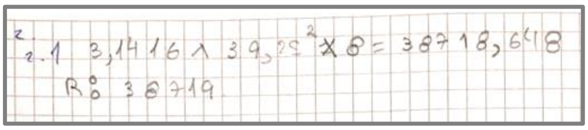


Figura 39 - Resolução incorreta do problema 2.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$3{,}1416 \times 39{,}75^2 \times 8 = 38718{,}648$
$R{:}\, 38719$

Figura 40 – Transcrição da resolução incorreta do problema 2.1. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

Problema 2.2.

Em relação ao problema 2.2., construiu-se uma tabela de forma a facilitar o tratamento dos resultados recolhidos (Tabela 16).

Tabela 16 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2.2. do “Aplica…volume do cilindro reto”

Aluno		1	2	3	4
Problema 2.2.	Reconhece o passo de determinar o raio – metade do diâmetro.	✓	✓	✓	✓
	Calcula corretamente o volume do cilindro.	✓	✓	✓	✓
	Apresenta as unidades de medida de volume de acordo com o enunciado.	✓	×	✓	✓

Com base nesta tabela, podemos afirmar que apenas um aluno apresentou uma solução parcialmente correta, sendo que os restantes três resolveram corretamente o problema. Uma resposta correta ao problema 2.2. está ilustrada na Figura 41.

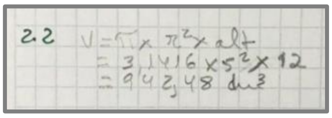


Figura 41 - Resolução correta do problema 2.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$$V = \pi \times r^2 \times alt$$
$$= 3{,}1416 \times 5^2 \times 12$$
$$942{,}48 = dm^3$$

Figura 42 – Transcrição da resolução correta do problema 2.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

<u>Procedimento utilizado:</u>

Para a resolução deste problema, o aluno determinou o volume do cilindro calculando o produto de π (3,1416), pelo produto do quadrado da medida do raio (5^5), pela medida da altura (12), sendo que todas as medidas utilizadas estavam na mesma unidade de medida – centímetros. Em suma, o aluno substituiu na fórmula do volume do cilindro os dados fornecidos no enunciado e calculou o volume solicitado (3,1416 x 5^2 x 12), apresentando o resultado em decímetros cúbicos (9942,48 cm^3).

<u>Dificuldades demonstradas:</u>

Este problema suscitou dificuldades na medida em que, ao contrário dos restantes problemas, todas as medidas fornecidas no enunciado estavam em decímetros cúbicos. Neste caso os alunos tinham de apresentar o volume em decímetros cúbicos ou, podiam apresentar em centímetros cúbicos (mas para tal era necessário que convertessem as mediadas fornecidas), uma vez que no enunciado não era exigida a unidade de medida. Como podemos constatar na resolução da Figura 43, o aluno utilizou as medidas fornecidas no enunciado (decímetros cúbicos) e calculou corretamente o volume do cilindro. No entanto, apresentou o resultado em centímetros cúbicos e, por tanto, expressou erradamente a unidade de medida com a qual estava a trabalhar. Trata-se de um erro de rigor na linguagem matemática.

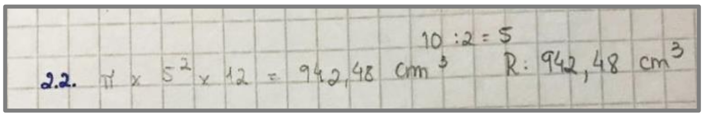


Figura 43 - Resolução parcialmente correta do problema 2.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$$10 \div 2 = 5$$
$$\pi \times 5^2 \times 12 = 942{,}48\ cm^3 \quad \text{R: } 942{,}48\ \text{cm}^3$$

Figura 44 – Transcrição da resolução parcialmente correta do problema 2.2. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

Problema 2.3.

Por fim, com os resultados do problema 2.3., construiu-se uma tabela de forma a facilitar o seu tratamento (Tabela 17).

Tabela 17 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2.3. do "Aplica…Volume do cilindro reto"

Aluno		1	2	3	4
Problema 2.3.	Reconhece a necessidade de utilizar a mesma unidade de medida das dimensões do cilindro.	✓	✓	✓	✓
	Calcula corretamente o volume do cilindro.	✓	✓	✓	✓

Como podemos verificar, este problema não constituiu dificuldades nas resoluções recolhidas, uma vez que todas estão corretas. Um exemplo de uma resolução correta encontra-se ilustrado na Figura 45.

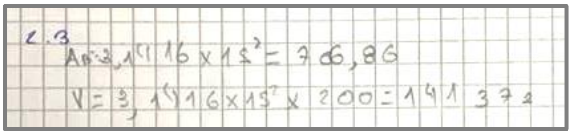


Figura 45 - Resolução correta do problema 2.3. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

$A_B = 3{,}1416 \times 15^2 = 706{,}86$
$V = 3{,}1416 \times 15^2 \times 200 = 141372$

Figura 46 – Transcrição da resolução correta do problema 2.3. do "Aplica...Volume do cilindro reto"

<u>Procedimento utilizado:</u>
Para o cálculo do volume do cilindro, o aluno iniciou por calcular a medida da área da base, determinando o produto de 3,1416 (π) pelo quadrado da medida do raio (15) e obteve 706,86. Através do produto da medida da área da base (3,1416 x 15^2) pela altura do mesmo (200), obteve a medida do volume solicitado. Apesar de se verificar que o aluno efetuou a conversão de decímetros para centímetros (para que fosse possível elaborar os cálculos com a mesma unidade de medida), este passo do problema encontra-se implícito no registo escrito.

Em regra geral, nos problemas apresentados no "Aplica…volume do cilindro reto", os alunos recorreram a <u>linguagem</u> do tipo:

- <u>Simbólica</u>: apresentaram a fórmula de volume de cilindro e procederam aos cálculos necessários para a sua determinação.

Atendendo a este primeiro conjunto de problemas, os procedimentos utilizados para o cálculo do volume dos cilindros prendem-se com a utilização da fórmula, destacando-se duas maneiras distintas: uma em que calculam a medida da área da base separadamente e depois procedem à substituição na fórmula; e, de uma outra forma, procedem de imediato à substituição na fórmula. Quando necessário, os alunos convertam unidades de medida para efetuarem o calculo do volume com todas as medidas na mesma unidade e ainda, quando solicitado nos enunciados, os alunos arredondam as medidas. Em relação às dificuldades, podemos verificar que as falhas nas resoluções dos problemas estão relacionadas com as unidades de medida. Neste sentido, as dificuldades não correspondem ao não reconhecimento da fórmula de volume do cilindro nem a erros de cálculo desses volumes. No entanto, de seguida, é apresentado um problema, realizado em contexto teste de avaliação, onde ressaltam outro tipo de dificuldades.

4.1.2. Problema "Peça de madeira"

No problema "Peça de madeira" era solicitado que os alunos determinassem o volume da peça. Esta peça correspondia a um paralelepípedo retângulo com um furo cilíndrico no centro. Solicitava-se uma resposta ao problema arredondada às unidades.

Com base nas resoluções dos alunos à questão 16 do teste de avaliação construiu-se a seguinte tabela (Tabela 18) que possibilita uma leitura mais fácil das resoluções realizadas por dez alunos.

Tabela 18 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema "Peça de madeira" do teste de avaliação

Aluno		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Questão	Calcula corretamente o volume do paralelepípedo	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✗	✓
	Calcula corretamente o volume do cilindro	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓
	Compreende a subtração do volume do cilindro ao volume do paralelepípedo	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓
	Subtrai corretamente o volume do cilindro ao volume do paralelepípedo	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓
	Apresenta o resultado arredondado às unidades	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗

Um exemplo de uma resolução correta do problema, encontra-se ilustrado de seguida na Figura 47.

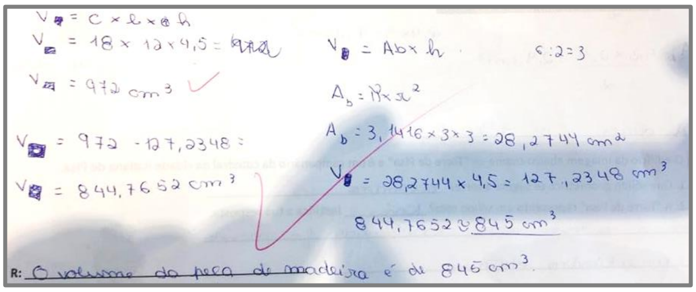


Figura 47 - Resolução correta do problema "Peça de madeira"

$V = c \times l \times h$
$V = 18 \times 12 \times 4{,}5$
$V = 972\ cm^3$

$V = 972 - 127{,}2348 =$
$V = 844{,}7652\ cm^3$

$V = A_b \times h$
$A_b = \pi \times r^2$
$A_b = 3{,}1416 \times 3 \times 3 = 28{,}2744\ cm^3$
$V = 28{,}2744 \times 4{,}5 = 127{,}2348\ cm^3$
$844{,}7652 \approx \underline{845\ cm^3}$

$6{:}2 = 3$

R: O volume da peça de madeira é de 845 cm³.

Figura 48 – Transcrição da resolução correta do problema "Peça de madeira"

Procedimento utilizado:

O aluno começou por calcular o volume dos sólidos em questão, nomeadamente o volume do paralelepípedo e do cilindro. Num primeiro passo determinou o volume do paralelepípedo através do produto das medidas das três dimensões. Dito de outro modo, calculou o produto do comprimento (18), pela largura (12) e pela altura (4,5), obtendo 972 centímetros cúbicos. Como segundo passo, calculou o volume do cilindro através do produto da medida da área da base (28,2744) pela medida da altura (4,5). Para o cálculo da área da base do cilindro, o aluno calculou o produto de π (3,1416) pelo quadrado da medida do raio (3^2). Note-se que o aluno compreendeu a necessidade de determinar metade do diâmetro (6:2) para obter a medida do raio (3). Num terceiro passo, determinou a diferença entre o volume do paralelepípedo e o volume do cilindro (972 – 127,2348), determinando, assim, o volume da peça (844,7652 cm³). Tal como solicitado no enunciado, apresentou 845 como medida do volume da peça arredondado às unidades em centímetros cúbicos.

Dificuldades demonstradas:

- Resoluções parcialmente corretas:

As resoluções parcialmente corretas são analisadas de seguida. Uma primeira resolução parcialmente correta está relacionada com o cálculo errado da medida do volume do paralelepípedo e com a determinação da diferença entre o volume do paralelepípedo e o volume do cilindro, representada na Figura 49.

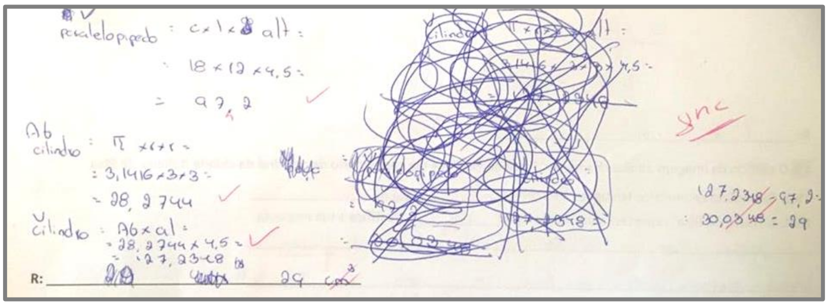


Figura 49 – Exemplo 1 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

$V_{paralelepípedo} = c \times l \times alt =$

$= 18 \times 12 \times 4{,}5 =$
$= 97{,}2$

$A_{b_{cilindro}} = \pi \times r \times r =$
$= 3{,}1416 \times 3 \times 3 =$
$= 28{,}2744$
$V_{cilindro} = A_b \times al =$
$= 28{,}2744 \times 4{,}5 =$
$= 127{,}2348$

$127{,}2348 - 97{,}2 =$
$30{,}0348 = 29$

R: 29 cm^3

Figura 50 – Transcrição do exemplo 1 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

Como se verifica, o aluno apresentou corretamente a fórmula para o cálculo do volume do paralelepípedo, assim como substituiu corretamente com os dados no enunciado. No entanto, apresentou erros de cálculo, uma vez que o produto de 18 pelo produto de 12 por 4,5 é igual a 972 e não a 97,2. Em adição a este erro de cálculo, apresentou como um dos passos a determinação da diferença entre a medida do volume do cilindro e a medida do volume do paralelepípedo (127,2348 – 97,2 = 30,0348) ao contrário do que seria correto (diferença entre o volume do paralelepípedo e o volume do cilindro). Apesar dos erros exibidos, apresentou a resposta final arredondada às unidades.

Segue-se uma outra resolução parcialmente correta (Figura 51) onde o aluno apresenta erros de cálculo ao determinar o volume do cilindro.

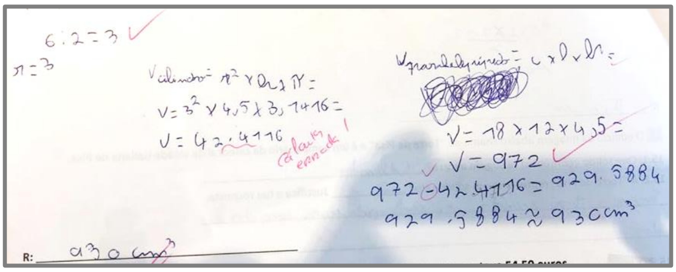


Figura 51 - Exemplo 2 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

$6:2 = 3$
$r = 3$

$V_{cilindro} = r^2 \times h \times \pi =$
$V = 3^2 \times 4{,}5 \times 3{,}1416 =$
$V = 42{,}4116$

$V_{paralelepípedo} = c \times l \times h =$
$V = 18 \times 12 \times 4{,}5 =$
$V = 972$
$972 - 42{,}4116 = 929{,}5884$
$929{,}5884 \approx 930\ cm^3$

R: 930 cm^3

Figura 52 – Transcrição do exemplo 2 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

Note-se que o aluno calculou corretamente a medida do volume do paralelepípedo. Contudo, relativamente ao volume do cilindro, apresentou erros de cálculo, isto porque o produto do quadrado de três (3^2) pelo produto de 4,5 por 3,1416 é igual a 127,2348. Supõem-se que o aluno tenha efetuado apenas o produto de 3 pelo produto de 4,5 por 3,1416 cujo resultado é 42,4116 (o registado pelo aluno). Embora apresente erros de cálculo (Figura 51), o aluno compreendeu os passos para a resolução do problema proposto, nomeadamente o passo da determinação da diferença entre a medida do volume do paralelepípedo e a medida do volume do cilindro, assim como apresentou o resultado final arredondado às unidades.

Numa outra resolução parcialmente correta o aluno apenas não apresentou o resultado arredondado às unidades, como ilustra a Figura 53.

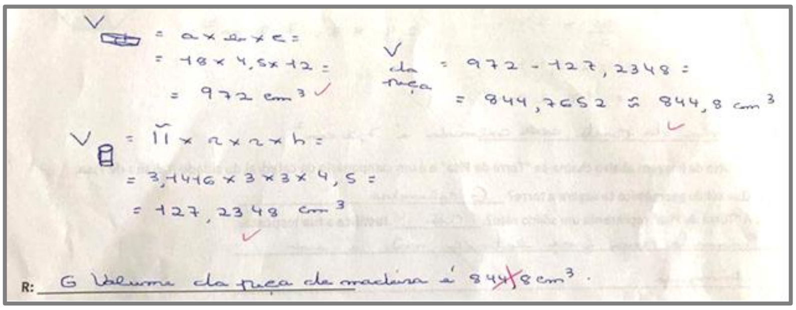


Figura 53 - Exemplo 3 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

$$
\begin{aligned}
V_{paralelepípedo} &= a \times h \times c \\
&= 18 \times 4{,}5 \times 12 \\
&= 972\ cm^3
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
V_{da\ peça} &= 972 - 127{,}2348 = \\
&= 844{,}7652 \approx 844{,}8\ cm^3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{cilindro} &= \pi \times r \times r \times h \\
&= 3{,}1416 \times 3 \times 3 \times 4{,}5 = \\
&= 127{,}2348\ cm^3
\end{aligned}
$$

R: O volume da peça da madeira é 844,8 cm^3.

Figura 54 – Transcrição do exemplo 3 de uma resolução parcialmente correta do problema "Peça de madeira"

Tal como se pode constatar na Figura 53, o aluno compreendeu os passos para a resolução do problema, ou seja, apresentou os cálculos corretos das medidas dos volumes dos sólidos (paralelepípedo e cilindro) e determinou o volume da peça. No entanto, não apresentou o resultado arredondado às unidades, mas sim arredondado às décimas (844,8 cm^3).

- <u>Resoluções erradas:</u>

Relativamente às resoluções erradas, estas constituem, de seguida, alvo de análise. Em ambas as resoluções verificou-se que os alunos não reconhecem as fórmulas de cálculo de volume dos sólidos em questão.

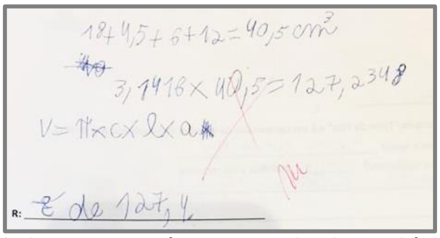


Figura 55 - Exemplo 1 de uma resolução errada do problema “Peça de madeira”

$18 + 4{,}5 + 6 + 12 = 40{,}5\ cm^3$

$3{,}1416 \times 40{,}5 = 127{,}2348$
$V = \pi \times c \times l \times a$
R: É de 127,4.

Figura 56 – Transcrição do exemplo 1 de uma resolução errada do problema “Peça de madeira”

Nesta primeira resolução (Figura 55) o aluno adicionou todas as medidas fornecidas no enunciado (18 + 4,6 + 6 + 12 = 40,5 cm^3) e, posteriormente, determinou o produto dessa soma (40,5) pelo valor aproximado de π (3,1416). Apresenta, efetivamente, confusão com as fórmulas do paralelepípedo e cilindro, uma vez que registou que a fórmula de volume era igual ao produto de π pelo produto das três dimensões ("$V = \pi \times c \times l \times a$"). É ainda de destacar que o aluno não compreendeu os passos da determinação da diferença entre os volumes nem da apresentação da resposta ao problema com valores arredondados às unidades (“É de 127,4” foi a resposta ao problema).

Na segunda resolução (Figura 57), o aluno também apresenta confusão com as fórmulas de volume de sólidos.

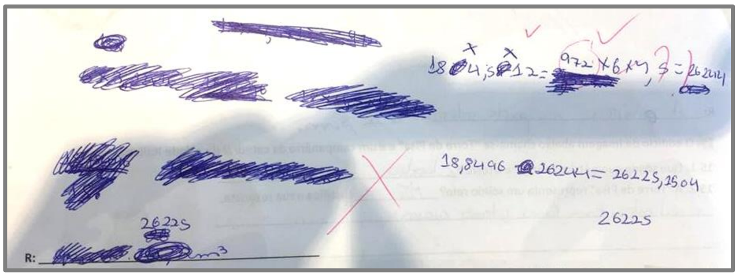


Figura 57 - Exemplo 2 de uma resolução errada do problema “Peça de madeira”

$18 \times 4{,}5 \times 12 = 972 \times 6 \times 4{,}5 = 26244$

$18{,}8496 - \ 26244 = 26225{,}2504$
26225
R: 26225 cm^3.

Figura 58 – Transcrição do exemplo 2 de uma resolução errada do problema “Peça de madeira”

O aluno apresentou indícios do cálculo do volume do paralelepípedo (determina o produto das 3 dimensões), no entanto, multiplicou novamente por outra. Importa ainda referir que o aluno compreendeu o passo da determinação da diferença entre os volumes, mas apresentou erros de cálculo (18,8496 – 26244 = 26225,2504). Ainda assim, respondeu ao problema apresentando o resultado arredondado às unidades (26225 cm^3).

Em regra geral, no problema apresentado, os alunos recorreram a linguagens do tipo:

- Simbólica: apresentaram a fórmula de volume de cilindro e do paralelepípedo e procederam aos cálculos.
- Verbal: apresentaram a resposta ao problema.

Em suma, relativamente ao problema "Peça de madeira", os alunos, para o cálculo do volume da peça recorreram primeiramente às fórmulas de volume do paralelepípedo e do cilindro, posteriormente determinaram a diferença entre o volume do paralelepípedo e do cilindro e, como passo final, apresentaram a resposta arredondada às unidades. Por outro lado, as dificuldades demonstradas estão associadas a erros de cálculo, ao não reconhecimento das fórmulas de cálculo de volume dos sólidos geométricos em questão e à resposta final ao problema não arredondada às unidades, tal como solicitado.

4.1.3. Problemas "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Os quatro problemas que constituem o "Verifica: Volume de um prisma triangular reto" encontram-se analisados neste subcapítulo.

Problema 1

No que diz respeito ao problema 1 podemos concluir que, tal como tratado na Tabela 19, este não constituiu dificuldades para os alunos, uma vez que todos determinaram corretamente o volume do paralelepípedo.

Tabela 19 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 1 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema 1.	Determina corretamente o volume do paralelepípedo.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Selecionou-se a resolução em que o aluno recorreu à linguagem simbólica e gráfica para a resolução do problema (Figura 59) para se constituir como alvo de análise.

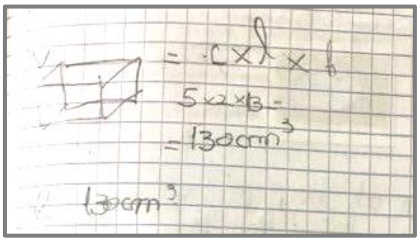


Figura 59 - Resolução correta do problema 1 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

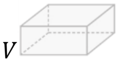
V 
$$= c \times l \times h$$
$$= 5 \ \times 2 \times 13$$
$$= 130\ cm^3$$
R: 130 cm^3

Figura 60 – Transcrição da resolução correta do problema 1 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

<u>Procedimento utilizado:</u>

Nesta resolução o aluno optou por fazer um esboço do paralelepípedo e calculou a medida do volume do sólido em questão. Para tal, recorreu à fórmula do volume do paralelepípedo, ou seja, calculou o produto das três dimensões (V = c x l x h). Apresentou a resposta final do volume do paralelepípedo em centímetros cúbicos (130 cm^3).

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- <u>Simbólica</u>: apresentaram da fórmula de volume de paralelepípedo e procederam aos cálculos para a sua determinação.
- <u>Verbal</u>: apresentaram a resposta ao problema.
- <u>Gráfica</u>: alguns alunos ainda recorreram ao esboço do paralelepípedo.

Problema 2

Tal como o problema 1, também o problema 2 não suscitou dificuldades nos alunos (Tabela 20), uma vez que todos identificaram corretamente os prismas.

Tabela 20 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema 2:	Identifica que o paralelepípedo foi decomposto em dois prismas triangulares.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

A questão 2 também foi resolvida com facilidade, sendo que os alunos identificaram de imediato os prismas triangulares tal como se encontra representado na Figura 61.

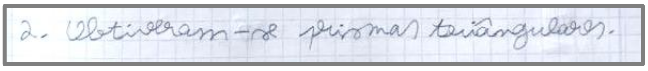

2. Obtiveram-se prismas triangulares.

Figura 61 - Resolução correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Obtiveram-se prismas triangulares.

Figura 62 – Transcrição da resolução correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Dificuldades demonstradas:

Verificou-se que um aluno (Figura 63) registou "prisma triângulos", não designando corretamente o sólido geométrico em questão, no entanto reconheceu que a base é um triângulo. Apresentou, por tanto, falta de domínio de uma linguagem matemática rigorosa.

Figura 63 - Resolução parcialmente correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Prismas triângulos.

Figura 64 – Transcrição da resolução parcialmente correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Verbal: identificaram os prismas.

Problema 3

Na mesma linha que os problemas anteriores, também no problema 3 os alunos compreenderam que o volume do prisma triangular era igual a metade do volume do paralelepípedo (Tabela 21).

Tabela 21 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 3 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema 3:	Compreende que o volume do prisma triangular é igual à metade do volume do paralelepípedo.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Procedimentos utilizados:

Como ilustrado na Figura 65, um aluno registou que era "Metade do volume do paralelepípedo", utilizando, portanto, linguagem verbal.

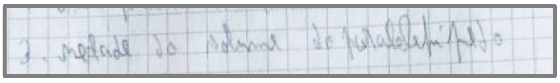


Figura 65 – Exemplo 1 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Metade do volume do paralelepípedo.

Figura 66 – Transcrição do exemplo 1 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Outro aluno, (Figura 67) para além de apresentar a mesma resposta que a anteriormente mencionada, ainda acrescentou a fórmula do cálculo do volume do prisma triangular, utilizando linguagem verbal e simbólica.

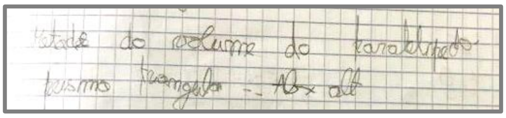


Figura 67 - Exemplo 2 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Metade do volume do paralelepípedo.
$V\ prisma\ triangular = Ab \times alt$

Figura 68 - Transcrição do exemplo 2 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

No exemplo da Figura 69, o aluno registou apenas a fórmula do volume do prisma triangular, recorrendo à linguagem simbólica (Vprisma triangular = Ab x alt).

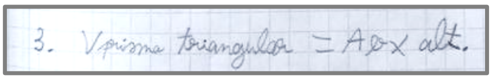


Figura 69 - Exemplo 3 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

$V\ prisma\ triangular = Ab \times alt$

Figura 70 - Transcrição do exemplo 3 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Por fim, na Figura 71, o aluno determinou metade do volume do paralelepípedo, recorrendo à linguagem simbólica (130 : 2 = 65).

Figura 71 - Exemplo 4 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

$$\boxed{130 : 2 = 65\ cm^3}$$

Figura 72 - Transcrição do exemplo 4 de uma resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Verbal: registaram que o volume do prisma triangular era igual a metade do volume do paralelepípedo.
- Simbólica: apresentaram a fórmula de cálculo de volumes e determinaram metade do volume do paralelepípedo.

Problema 4

No problema 4 do “Verifica…Volume de prisma triangular reto”, era solicitado que os alunos recorressem a palavras para explicarem como calcular o volume dos prismas triangulares. Neste sentido, com base nas resoluções dos alunos construiu-se a seguinte tabela (Tabela 22) que possibilita uma leitura mais fácil das resoluções realizadas por sete alunos.

Tabela 22 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema 4:	Recorre a palavras para explicar como calcular o volume dos prismas triangulares.	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓

Numa primeira análise à tabela podemos concluir que os alunos têm dificuldades em expressar por palavras, ou seja, utilizar a linguagem verbal, para explicar como calcular o volume dos prismas triangulares.

Apresenta-se de seguida um exemplo de uma resolução correta de um aluno (Figura 73).

Figura 73 - Resolução correta do problema 4 do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto”

Calculamos a área da base e multiplicamos pela altura.

$prisma\ triangular = Ab \times alt$

$V = \frac{5 \times 2}{2} \times 13$

$V = 5 \times 13$ R: 65 cm^3

$V = 65\ cm^3$

Figura 74 – Transcrição da resolução correta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

Procedimento utilizado:

Tal como podemos verificar, o aluno (Figura 73) registou que, para determinar o volume do sólido em questão, tem de calcular o produto da medida da área da base pela medida da altura ("Calculamos a área da base e multiplicamos pela altura"). Para além de explicar por palavras, apresentou ainda o cálculo do volume do prisma triangular. Como tal, calculou o produto da medida da área da base ($\frac{5\times2}{2}$) pela medida da altura (13), obtendo um volume de 65 centímetros cúbicos.

Dificuldades demonstradas:

Face a esta problema, apresenta-se ainda uma resolução errada do mesmo (Figura 75).

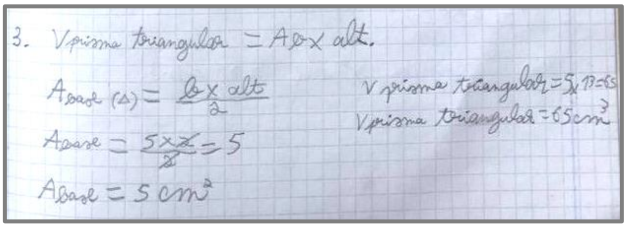


Figura 75 - Resolução incorreta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

$Vprisma\ triângular = Ab \times alt$

$A_{base\ (\Delta)} = \frac{b \times alt}{2}$ $\quad Vprisma\ triangular = 5 \times 13$

$A_{base\ (\Delta)} = \frac{5 \times \cancel{2}}{\cancel{2}} = 5$ $\quad Vprisma\ triangular = 65\ cm^3$

$A_{base} = 5\ cm^2$

Figura 76 – Transcrição da resolução incorreta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma triangular reto"

O aluno apresenta a fórmula do cálculo do volume do prisma triangular e calcula esse volume. Não utiliza, portanto, linguagem verbal para explicar como calcular o seu volume, tal como solicitado no enunciado.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Verbal: explicaram como calcular o volume dos prismas triangulares
- Simbólica: apresentaram a fórmula e procederam ao cálculo do volume de prismas triangulares.

Perante a resolução dos problemas do “Verifica: Volume de um prisma triangular”, os procedimentos utilizados pelos alunos prendem-se: ao recurso da fórmula para o cálculo do volume do paralelepípedo (produto das suas três dimensões); à identificação dos prisma triangulares como metades iguais do paralelepípedo e associando que os seus volumes também são metade do volume do paralelepípedo; e ao recurso de palavras para explicar o cálculo do volume do prisma triangular, isto é, explicitar que este corresponde ao produto da medida da área da base pela medida da altura. Quanto às dificuldades, estas estão relacionadas com o domínio de uma linguagem matemática rigorosa e com a expressão através de palavras de como determinar o volume de um prisma triangular.

4.1.4. Problemas “Verifica: Volume de um prisma reto”

Os quatro problemas do “Verifica: Volume de um prisma triangular reto” encontram-se analisados neste subcapítulo. Foram recolhidas cinco soluções do mesmo.

Problema 1

No primeiro problema era solicitado o cálculo do volume do prisma triangular, e como tal, construiu-se uma tabela (Tabela 23) para o tratamento dos resultados.

Tabela 23 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 1 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

Aluno		1	2	3	4	5
Problema 1.	Determina corretamente o volume do prisma triangular.	✓	✓	✓	✓	✓

Como se pode observar através da leitura da Tabela 23, todas as soluções recolhidas estão corretas. Assim sendo, um exemplo de uma resolução correta do problema encontra-se ilustrado na Figura 77.

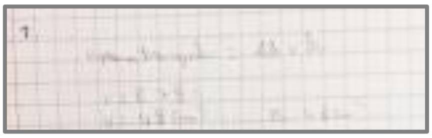


Figura 77 - Resolução correta do problema 1 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

$V_{prismatriangular} = Ab \times h$
$V = 6 \times 8$
$V = 48\ cm^3$ Tem 48 cm^3.

Figura 78 – Transcrição da resolução correta do problema 1 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

Procedimento utilizado:

O aluno calculou diretamente o volume do prisma triangular - o produto de 6 por 8 (6 x 8 = 48), uma vez que a medida da área da base é 6 cm^2 e a medida da altura do prisma é 8 cm. Obteve, portanto, 48 centímetros cúbicos como medida do volume do prisma triangular.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Simbólica: recorreram à fórmula e ao cálculo do volume de prismas triangulares.

Problema 2

Relativamente ao problema 2, os alunos tinham de calcular o volume do prisma hexagonal. Como tal, e observando a Tabela 24, todos os alunos o determinaram corretamente.

Tabela 24 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

Aluno		1	2	3	4	5
Problema 2.	Determina corretamente o volume do prisma hexagonal.	✓	✓	✓	✓	✓

Uma vez que todos os alunos resolveram corretamente o problema proposto, apresenta-se um exemplo de uma das soluções recolhidas (Figura 79).

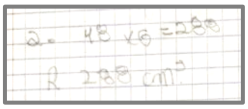


Figura 79 - Resolução correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

$48 \times 6 = 288$
R: 288 cm^3.

Figura 80 – Transcrição da resolução correta do problema 2 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

Procedimento utilizado:

Tal como esperado, os alunos determinaram o sêxtuplo do volume do prisma triangular (Figura 79), uma vez que o prisma hexagonal é decomponível em seis prismas triangulares (48 x 6). Embora o multiplicando e o produto estejam trocados, a resolução não deixa de estar correta, uma vez que a multiplicação tem propriedade comutativa (48 x 6 = 6 x 48). O aluno obteve 288 como medida do volume do prisma hexagonal em centímetros cúbicos.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Simbólica: determinaram o volume do prisma hexagonal.

Problema 3

No problema 3, os alunos não tiveram dificuldades em determinar a área do hexágono, tal como se pode verificar na Tabela 25.

Tabela 25 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

Aluno		1	2	3	4	5
Problema 3.	Determina corretamente a área do hexágono.	✓	✓	✓	✓	✓

Uma vez que todas as soluções recolhidas estão resolvidas corretamente, apresenta-se de seguida um exemplo de uma dessas resoluções (Figura 81).

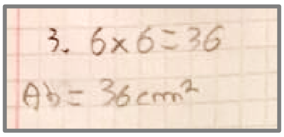


Figura 81 - Resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

$6 \times 6 = 36$
Ab = 36 cm^2.

Figura 82 – Transcrição da resolução correta do problema 3 do “Verifica: Volume de um prisma reto”

<u>Procedimento utilizado:</u>

Para calcularem a área do hexágono, solicitada no problema 3, os alunos determinaram o sêxtuplo da área do triângulo (6 x 6) como se encontra registado na figura anterior. Obtiveram 36 como medida da área do hexágono em centímetros quadrados.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- <u>Simbólica</u>: determinaram a área do hexágono.

Problema 4

Por fim, o problema 4, também não suscitou dificuldades nos alunos como se pode constatar na Tabela 26.

Tabela 26 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

Aluno		1	2	3	4	5
Problema 4:	Explica como se pode calcular o volume do prisma hexagonal a partir da área da base e da sua altura.	✓	✓	✓	✓	✓

Segue-se um exemplo de uma resolução correta de um dos alunos (Figura 83).

Figura 83 - Resolução correta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 8 \\ \hline 288 \end{array}\ cm^3$$

A área da base vezes a altura.

Figura 84 – Transcrição da resolução correta do problema 4 do "Verifica: Volume de um prisma reto"

<u>Procedimento utilizado:</u>

Esperava-se que os alunos, no problema 4, apresentassem as duas alternativas para o cálculo do volume do prisma hexagonal, nomeadamente através da decomposição em prismas triangulares ou através do produto da área da base pela altura. O que se verificou é que os alunos calcularam o volume do prisma hexagonal e registaram "A área da base vezes a altura". No exemplo apresentado o aluno determina o produto (36 x 8) com auxílio ao algoritmo da multiplicação, obtendo 288 centímetros cúbicos como medida do volume do prisma hexagonal.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- <u>Verbal</u>: explicaram como calcular o volume de um prisma hexagonal a partir da medida da área da base e da medida da sua altura.
- <u>Simbólica</u>: alguns alunos ainda calcularam o volume do prisma hexagonal.

Neste conjunto de problemas as soluções recolhidas demonstram que os alunos procederam ao recurso da fórmula do volume do prisma triangular para determinar o seu volume, ao recurso do produto do número de prismas triangulares (6) pelo volume de um prisma triangular para determinar o volume do prisma hexagonal e ainda ao recurso da área do triângulo para calcular a área do hexágono. Os alunos calcularam o volume do prisma hexagonal recorrendo à fórmula do seu volume e recorreram a palavras para explicar o seu procedimento (produto da área da base pela altura). Note-se que os alunos não tiveram dificuldades na resolução deste conjunto de problemas. Salienta-se que no problema 4 os alunos já expressaram, recorrendo a palavras, como determinar o volume do prisma.

4.1.5. Problemas do Contexto Real

Problema “A caixa”

Das sete soluções recolhidas, podemos verificar, na Tabela 27, que nenhum aluno demonstrou dificuldade em resolver o problema.

Tabela 27 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema “A Caixa”

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema “A caixa”	Calcula corretamente o volume do prisma triangular.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Calcula corretamente o volume do prisma octogonal.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Atendendo a que todos os alunos resolveram corretamente o problema proposto, segue-se um exemplo de uma solução correta (Figura 85).

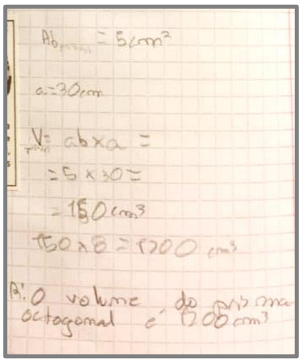


Figura 85 - Resolução correta do problema “A Caixa”

$A_{b\ prisma} = 5\ cm^2$

$a = 30\ cm$

$V = ab \times a =$

$= 5 \times 30 =$

$= 150\ cm^3$

$150 \times 8 = 1200\ cm^3$

R: O volume do prisma octagonal é 1200 cm^3.

Figura 86 – Transcrição da resolução correta do problema “A Caixa”

Procedimento utilizado:

O aluno calculou primeiramente o volume do prisma triangular, determinando o produto da medida da área da base (5 cm^2) pela medida da altura (30 cm), obtendo 150 centímetros cúbicos. Posteriormente calculou o óctuplo desse valor para determinar o volume do prisma octogonal, uma vez que o prisma octogonal se decompõe em oito prismas triangulares iguais.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Simbólica: apresentaram a fórmula e procederam ao cálculo do volume do prisma octogonal.
- Verbal: apresentaram resposta ao problema.

Problema "A piscina"

Relativamente do problema "A piscina", os alunos resolveram-no sem apresentar dificuldades, tal se pode constatar na Tabela 28.

Tabela 28 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema "A piscina"

Aluno		1	2	3	4	5	6	7
Problema "A piscina"	Determina corretamente a área do hexágono.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Calcula corretamente o volume do prisma hexagonal.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Apresenta o resultado em litros.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Segue-se um exemplo de uma resolução correta de um aluno (Figura 87).

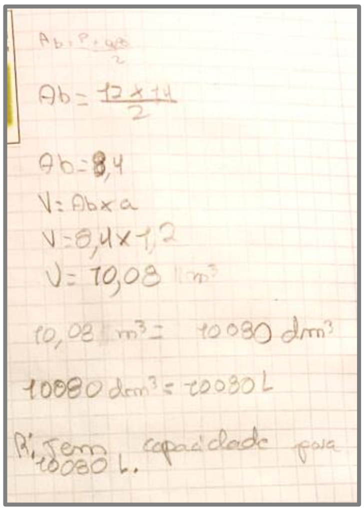


Figura 87 - Resolução correta do problema "A piscina"

$$A_b = \frac{P \times apt}{2}$$
$$A_b = \frac{12 \times 1{,}4}{2}$$
$$A_b = 8{,}4$$
$$V = 8{,}4 \times 1{,}2$$
$$V = 10{,}08\, m^3$$
$$10{,}08\, m^3 = 10080\, dm^3$$
$$1008\, dm^3 = 10080\, \ell$$
R: Tem capacidade para 10080 ℓ.

Figura 88 – Transcrição da resolução correta do problema “A piscina”

Tal como ilustra a Figura 87, o aluno determinou primeiramente a área da base da piscina (área do hexágono). Calculou metade do produto do perímetro pelo apótema ($\frac{12\times1{,}4}{2}$), obtendo uma área igual a 8,4. De seguida, determinou o volume do prisma hexagonal através do produto da medida da área da base (8,4) pela medida da altura (1,2), obtendo 10,08 metros cúbicos. Por fim, converteu o volume de centímetros para decímetros/litros. Assim, foi possível dar resposta ao que era solicitado no enunciado, afirmando que a piscina “Tem capacidade para 10080 ℓ”.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Simbólica: apresentaram a fórmula e procederam ao cálculo do volume do prisma hexagonal.
- Verbal: apresentaram resposta ao problema.

Problema 1 “O aquário”

Face às nove soluções recolhidas dos problemas “O aquário”, construiu-se a Tabela 29 de forma a facilitar o tratamento dos resultados relativamente ao primeiro problema.

Tabela 29 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 1 de “O aquário”

Aluno		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Problema 1.	Calcula corretamente a área da base do prisma triangular.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓
	Determina corretamente o volume de areia.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓

Apresenta-se abaixo um exemplo de uma resolução correta de um aluno (Figura 89).

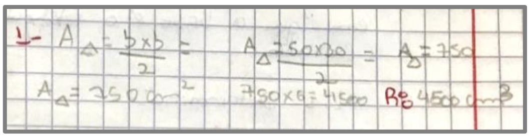


Figura 89 - Resolução correta do problema 1 de “O aquário”

$A_\Delta = \frac{b \times h}{2} = \quad A_\Delta = \frac{50 \times 30}{2} = \quad A_\Delta$
$= 750$
$A_\Delta = 750\ cm^2 \qquad 750 \times 6 = 4500$
R: 4500 cm^3

Figura 90 – Transcrição da resolução correta do problema 1 de “O aquário”

Procedimento utilizado:

Relativamente ao primeiro problema do “Aquário”, o aluno resolveu-o, calculando primeiramente a área do triângulo (base do prisma em questão). Para tal, começou por calcular metade do produto da medida do comprimento da base do triângulo pela sua altura ($\frac{50\times30}{2}$) obtendo 750 como a área do triângulo em centímetros quadrados. Depois, calculou o volume do prisma triangular através do produto da medida da área da base (750) pela medida da altura da areia (6), embora não tenha enunciado que este constituía o calculo do volume da areia (4500).

Dificuldades demonstradas:

De seguida, apresenta-se uma resolução errada de um dos alunos do problema 1 (Figura 91).

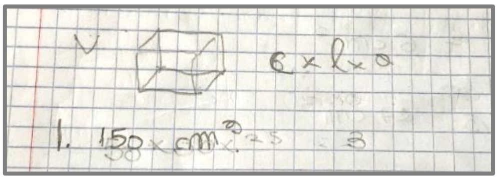
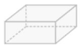


Figura 91 - Resolução incorreta do problema 1 de “O aquário”

V  $c \times l \times a$

1. 150 m^3

Figura 92 – Transcrição da resolução incorreta do problema 1 de “O aquário”

O erro tem origem na identificação errada do sólido geométrico em questão e, consequentemente, na identificação errada da fórmula para o cálculo do volume (c x l x a). Além disso, não apresentou cálculos e, portanto, não identificou quais as medidas utilizadas. Desta forma, apresentou como resposta 150 centímetros cúbicos, o que está errado.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Simbólica: apresentaram a fórmula e procederam ao cálculo do volume do prisma triangular.
- Verbal: apresentaram respostas ao problema.
- Gráfica: esboçaram o sólido

Problema 2 “O aquário”

No que diz respeito ao problema 2, este suscitou mais dificuldades do que o 1, tal como se pode constatar na Tabela 30.

Tabela 30 - Verificação da execução dos passos para a resolução correta do problema 2 de “O aquário”

Aluno		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Problema 2.	Determina corretamente o volume do aquário total.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓
	Subtrai o volume da areia ao volume total do aquário.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	×
	Apresenta o resultado em litros.	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	×

Quanto ao problema 2, talvez pelo enunciado não estar tão claro, alguns alunos questionaram se o volume a calcular era do aquário total ou se era do aquário sem o volume da areia. O que era pretendido era o cálculo do volume do aquário sem a areia, daí no enunciado solicitar a capacidade em litros. Neste sentido, uma possível resposta correta seria a apresentada na Figura 93.

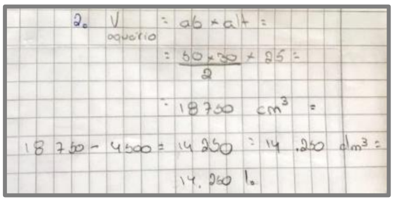


Figura 93 - Resolução correta do problema 2 de “O aquário”

$$
\begin{aligned}
V_{aquário} &= ab \times alt \\
&= \frac{50\times30}{2} \times 25 = \\
&= 18750\ cm^3 =
\end{aligned}
$$
$$18750 - 4500 = 14250 = 14{,}250\ dm^3 =$$
$$14.250\ \ell.$$

Figura 94 – Transcrição da resolução correta do problema 2 de “O aquário”

<u>Procedimento utilizado:</u>

O aluno iniciou por calcular o volume total do aquário. Como tal, determinou o produto da medida da área da base ($\frac{50\times30}{2}$) pela medida da altura (25), obtendo 18750 como volume do prisma triangular em centímetros cúbicos. Num segundo passo, determinou a diferença entre o volume total do aquário e o volume de areia calculado no problema anterior (18750 – 4500), obtendo 14250. Uma vez que o resultado estava na unidade de centímetros, o aluno converteu o mesmo para decímetros. Em conseguinte, demonstrou que compreendeu que decímetros e litros são equivalentes. Desta forma, apresentou com resultado final 14,250 litros.

Dificuldade demonstrada:

Como referido anteriormente, a dificuldade de alguns alunos prendeu-se com a interpretação do enunciado e, neste sentido, alguns alunos não efetuaram o passo da subtração do volume de areia ao volume total do aquário, tal como ilustra a resolução na Figura 95.

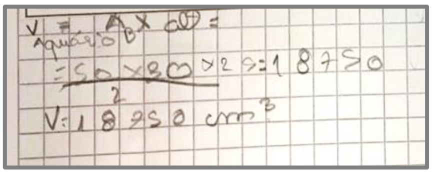


Figura 95 – Exemplo 1 de uma resolução incorreta do problema 2 de "O aquário"

$$\begin{aligned} V_{aquário} &= A_b \times alt \\ &= \tfrac{50\times 30}{2} \times 25 = 18750 \\ V &= 18750\ cm^3 \end{aligned}$$

Figura 96 – Transcrição do exemplo 1 de uma resolução incorreta do problema 2 de "O aquário"

O aluno calculou corretamente o volume total do aquário (prisma triangular). Contudo, para além de não ter efetuado a diferença entre esse volume e o volume de areia, não apresentou a respetiva capacidade em litros do volume do aquário.

Na resolução apresentada a seguir, embora o aluno apresente um raciocínio correto, não apresenta uma linguagem matemática rigorosa (Figura 97).

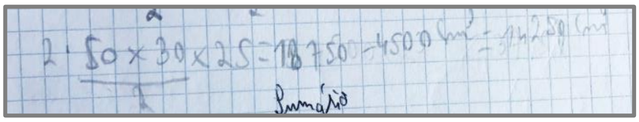


Figura 97 - Exemplo 2 de uma resolução incorreta do problema 2 de "O aquário"

$$\frac{50 \times 30}{2} \times 25 = 18750 - 4500\ cm^3 = 14250\ cm^3$$

Figura 98 – Transcrição do exemplo 2 de uma resolução incorreta do problema 2 de "O aquário"

Neste caso, apesar de o aluno expor um raciocínio correto, apresenta igualdades incorretas, isto é, não apresenta uma linguagem matematicamente correta. Mais concretamente, afirmou que ($\frac{50\times 30}{2} \times 25$) era igual a 18750 – 4500, o que não é correto. Para além disso, não apresentou a respetiva capacidade em litros, tal como solicitado no enunciado.

Por fim, uma outra dificuldade identificada encontra-se ilustrada na Figura 99.

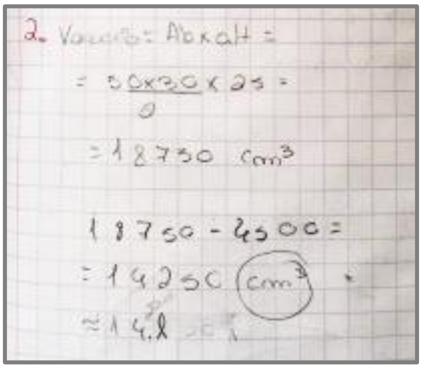


Figura 99 - Exemplo 3 de uma resolução incorreta do problema 2 de “O aquário”

$$V_{aquário} = A_b \times alt$$
$$= \frac{50\times30}{2} \times 25 =$$
$$18750$$
$$V\ = 18750\ cm^3$$
$$18750 - 4500 =$$
$$= 14250\ cm^3 =$$
$$\approx 1{,}4\ \ell$$

Figura 100 – Transcrição do exemplo 3 de uma resolução incorreta do problema 2 de “O aquário”

O aluno calculou corretamente o volume total do aquário (18750) e determinou a diferença ente o volume total e o volume de areia (18750 – 4500 = 14250). No entanto, apresentou o resultado arredondado às unidades, o que não era solicitado no enunciado.

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- <u>Simbólica</u>: determinaram o volume e a capacidade do aquário.

Em conclusão, nos problemas de contexto real propostos, os alunos recorreram a procedimentos como: cálculo do volume do prisma octogonal através do volume do prisma triangular; cálculo do prisma hexagonal através de produto da medida da área da base pela medida da altura e conversão desse volume em litros; cálculo do volume da areia através da determinação do volume do prisma triangular; determinação da diferença entre o volume total do aquário e o volume de areia; e cálculo da capacidade em litros do aquário através da conversão do volume para decímetros cúbicos, uma vez que um decímetro cúbico equivale a um litro. Atendendo aos resultados apresentados, as dificuldades dos alunos residem nos aspetos como erros de cálculo, falhas na identificação de sólidos geométricos e o facto da linguagem matemática utilizada ser, em alguns casos, pouco rigorosa.

4.2. Problemas do Contexto Próximo dos Alunos – EduPARK na Sala de Aula

Neste subcapítulo são apresentados os procedimentos e dificuldades dos alunos aquando da implementação das questões matemáticas do Guião Didático. Estes procedimentos e dificuldades surgem da interpretação dos registos realizados pelos alunos em contexto de sala de aula.

4.2.1. Apresentação do Torreão/Depósito de Água

Tal como foi referido nos capítulos anteriores, na impossibilidade de os alunos se deslocarem ao Parque Infante D. Pedro, foi estabelecido um diálogo com base em imagens e com recurso ao *Google Maps*, de forma a dar a conhecer aos alunos o Parque Infante D. Pedro e o Torreão. Quando informados de que iriam conhecer mais sobre o Depósito de Água, um aluno com entusiasmo questionou "Vamos ao parque?" e, quando informados que a deslocação ao parque não se iria efetuar, os alunos demonstraram algum descontentamento.

Quando questionados se conheciam o Parque D. Pedro, todos os alunos responderam afirmativamente, reconhecendo-o também como "Parque da Macaca". Apesar disso, quando questionados se conheciam o Torreão existente no Parque, os alunos responderam negativamente. Neste seguimento, optou-se por perguntar se então conheciam o Depósito de Água, um outro nome também atribuído ao Torreão, ao que também responderam negativamente. Posto isto, questionou-se os alunos se conheciam um edifício amarelo alto e, só assim, é que os alunos o reconheceram.

Inquiridos acerca da utilidade do Torreão no passado, os alunos não a conheciam e, neste sentido, explicou-se que originalmente era utilizado como depósito de água, tendo sido, posteriormente, convertido num posto de transformação de energia elétrica e que na atualidade constitui-se um miradouro. Informações estas que se encontravam como forma de introdução ao guião distribuído posteriormente aos alunos. Juntamente com os problemas, distribuíram-se as fotografias do Torreão e os alunos resolveram-nos individualmente.

4.2.2. Problemas do Torreão/Depósito de Água

O problema do Torreão permitia estabelecer uma ligação entre sólidos geométricos e a arquitetura deste edifício. Com base nas resoluções dos alunos ao primeiro problema proposto no Guião, construiu-se a seguinte tabela (Tabela 31) que possibilita uma leitura mais fácil das resoluções realizadas.

Tabela 31 - Verificação das respostas dos alunos ao problema 1 do Depósito de Água/Torreão

Número	Sólidos identificados			
	Cilindro	Prisma octogonal	Semiesfera	Outros
1	✓ “metade de um cilindro”	✓	✓ “meia esfera”	-
2	✓	×	✓	-
3	✓	×	✓	-
4	✓	✓	✓	-
5	✓	✓	✓	-
6	✓	✓	✓	-
7	✓	✓	×	“Cone”
8	✓	✓	✓ “meia esfera”	-
9	✓	✓	✓	-
10	✓	✓	✓ “meia esfera”	-
11	✓	✓	✓	-
12	✓	×	✓	“Octógono”
13	✓	✓	✓	-
14	✓	×	✓	“Retângulo”
15	✓	✓	✓	

Todos os alunos identificaram que o cilindro é um dos sólidos presentes no Torreão. Salienta-se que um aluno registou “metade de um cilindro”, tal como representado na Figura 101.

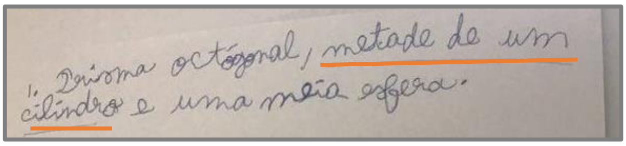


Figura 101 – Exemplo 1 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Prisma octagonal, metade de um cilindro e uma meia esfera.

Figura 102 – Transcrição do exemplo 1 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Talvez a altura dos sólidos constituintes do Depósito de Água tenham sugerido ao aluno que o cilindro, como possui uma altura inferior ao prisma octogonal, representa “metade de um cilindro”.

Apenas quatro alunos não identificaram o prisma octogonal como sólido integrante do Torreão. Destes quatro alunos, dois identificaram polígonos como o “octógono” (Figura 103) e o “retângulo” (Figura 105).

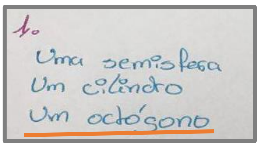


Figura 103 - Exemplo 2 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Uma semiesfera Um cilindro Um octógono

Figura 104 – Transcrição do exemplo 2 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

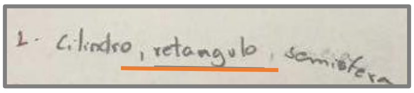


Figura 105 - Exemplo 3 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Cilindro, retângulo, semiesfera

Figura 106 – Transcrição do exemplo 3 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

À exceção de um aluno, todos identificarem a semiesfera. Três alunos registaram “meia esfera” ao invés de “semiesfera”. Embora o pensamento esteja correto, a terminologia mais adequada seria “semiesfera” (Figura 107).

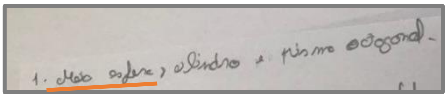


Figura 107 - Exemplo 4 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Meia esfera, cilindro e prisma octagonal

Figura 108 – Transcrição do exemplo 4 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Relativamente ao aluno que não identificou a semiesfera, este registou o “cone” como resposta (Figura 109).

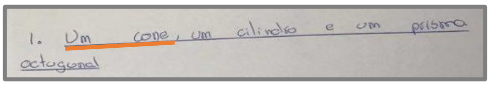


Figura 109 - Exemplo 5 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Um cone, um cilindro e um prisma octagonal

Figura 110 – Transcrição do exemplo 5 de uma resposta ao problema 1 do Torreão/Depósito

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Verbal: identificaram os sólidos geométricos.

Relativamente ao primeiro problema do edifício, as dificuldades estão relacionadas com a não identificação correta de sólidos, uma vez que um aluno identificou o cone como sendo sólido integrante do Torreão. Uma outra dificuldades está associada à identificação de figuras planas, por exemplos, o retângulo e o octógono como sólidos que decompõem o Depósito de Água.

4.2.3. Problema 2 do Torreão/Depósito de Água

O segundo problema do Torreão implicava que os alunos associassem a situação-problema descrita a uma das representações gráficas apresentadas e que justifiquem essa escolha. Face às resoluções dos alunos ao segundo problema do Depósito de Água, construiu-se a seguinte tabela (Tabela 32) que possibilita uma leitura mais fácil das resoluções recolhidas.

Tabela 32 - Verificação das respostas dos alunos ao problema 2 do Depósito de Água/Torreão

Aluno	Resposta	Justificação
1	C	-
2	C	Porque representa o eixo que está no meio do tempo e do volume, logo a linha que se consegue prolongar e que consegue indicar as duas coisas, os outros exemplos a sua reta está torta e não está dividida.
3	C	Porque ao contrário dos outros o C está correto em relação à quantidade de litros em cada minuto.
4	C	Porque mostra que em 1 minuto liberta 18 000 litros e no gráfico A e B não.
5	C	Porque é o único que representa uma situação de proporcionalidade direta.
6	C	A linha do gráfico em 1 minuto coincide por 18 000 litros.
7	C	Eu escolhi o C porque na representação A em 1 minutos encheu quase 45 000 litros o que está longe de 18 000 litros. Na representação B em 1 minuto encheu 40 000 litros o que continua longe de 18 000 litros. Na representação C encheu 18 000 litros e for por isso que eu escolhi a representação C.
8	A	Eu acho que é o A porque 18 000 x 10 é 180 000 a dividir por 2 é 90 000, se fosse o C enchia 180 000 litros e não pode ser o C porque para quase a meio.
9	C	Única situação que representa proporcionalidade direta.
10	A	90 : 18 = 5 Em 5 minutos eles enchem 90 000 L do depósito.
11	C	Porque a linha onde se cruzam é no sítio de 18 000 litros.
12	C	Porque é o único que apresenta proporcionalidade direta.
13	C	Porque se no gráfico marcarmos 1 min corresponde a 18 000 litros, como diz no enunciado.
14	A	Porque num minuto enche 18 000 litros se multiplicarmos por 5 dá 90 000 litros.
15	C	Porque no A diz que em 1 minutos enche à volta de 40 000 litros e no B diz que enche 35 litros por minuto.

Apenas três alunos responderam erradamente ao problema, sendo que os restantes alunos selecionaram a opção (A).

Relativamente ao aluno 8 (Figura 111), a sua justificação é impercetível, uma vez que calculou o produto de 18000 por 10, obtendo 180000 e afirmou que ao determinar metade obtinha 90000. Afirma ainda que a representação (C) não pode estar correta argumentando “que este para a meio”.

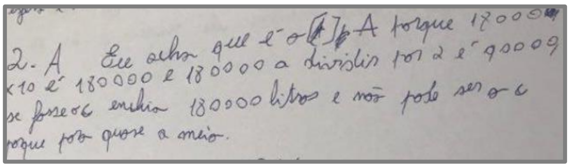

2. A Eu acho que é o [A] A porque 18000 x10 é 180000 e 180000 a dividir por 2 é 90000 se fosse o C enchia 180000 litros e não pode ser o C porque para quase a meio.

Figura 111 – Exemplo 1 de uma resposta errada ao problema 2 do Torreão/Depósito

Relativamente ao aluno 10, este afirmou que a opção correta é a (A). Calculou o quociente entre 90 e 18 para verificar ao fim de quanto tempo o depósito fica cheio. Determina que é ao fim de 5 minutos. Justificou ser a opção (A) porque ao fim de 5 minutos enchem 90 000 l do depósito. No entanto, isso é verificável nas três representações gráficas, não constituindo, por isso, é uma justificação plausível (Figura 112).

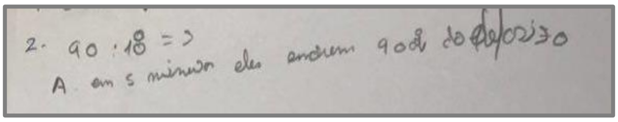

2. 90 : 18 = 5
A em 5 minutos eles enchem 90 do depósito

Figura 112 - Exemplo 2 de uma resposta errada ao problema 2 do Torreão/Depósito

O aluno 14 afirma ser a representação (A) (Figura 113). Isto porque verificou que ao fim de 5 minutos o Torreão tem 90000, para tal determinou o produto de 18000 por 5, obtendo 90000. Tal como a justificação apresentada pelo aluno anterior, também esta justificação não é plausível, uma vez que em todas as representações gráficas ao fim de 5 minutos o depósito tem 90000 litros de água.

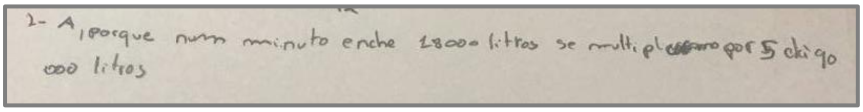

2- A, porque num minuto enche 18000 litros se multiplicarmos por 5 dá 90 000 litros

Figura 113 - Exemplo 3 de uma resposta errada ao problema 2 do Torreão/Depósito

Dos alunos que selecionaram corretamente a representação gráfica que correspondia à situação descrita, um não justificou, três afirmaram ser a única representação com proporcionalidade direta (Figura 114) e os restantes sete alunos basearam a sua justificação na relação entre os minutos e a quantidade de litros.

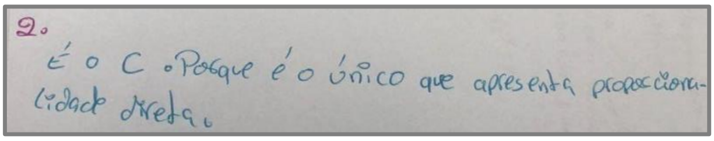

2.
É o C. Porque é o único que apresenta proporciona-lidade direta.

Figura 114 - Exemplo 1 de uma resposta correta ao problema 2 do Torreão/Depósito

No exemplo que se segue (Figura 115), o aluno justificou a sua opção através da exclusão das outras representações. Afirmou que na representação (A) ao fim de um minuto encheu 15000 litros e que na representação (B) encheu 40000 litros e ambas não correspondem a 18000 litros. Portanto, só a representação (C) é que está correta pois ao fim de um minuto enche 18000 litros.

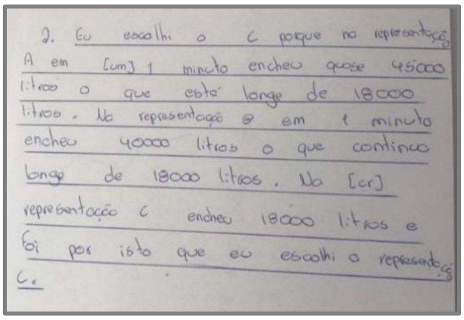

2. Eu escolhi o C porque na representação A em [um] 1 minuto encheu quase 45000 litros o que está longe de 18000 litros. Na representação B em 1 minuto encheu 40000 litros o que continua longe de 18000 litros. Na [cr] representação C encheu 18000 litros e foi por isto que eu escolhi a representação C.

Figura 115 - Exemplo 2 de uma resposta correta ao problema 2 do Torreão/Depósito

Por fim, relativamente à resolução do aluno 2 (Figura 116), embora a escolha da representação gráfica esteja correta, não é percetível a sua justificação.

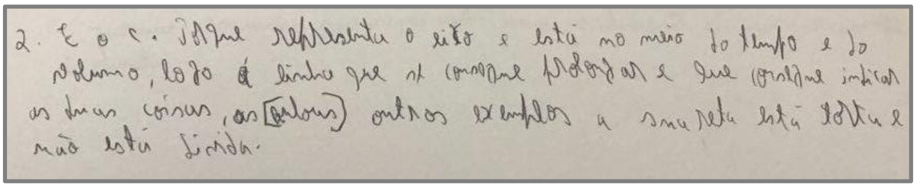

2. É o C. Porque representa o eixo e está no meio do tempo e do volume, logo é linha que se consegue prolongar e que consegue indicar as duas coisas, os [valores] outros exemplos a sua reta está torta e não está direita.

Figura 116 - Exemplo 3 de uma resposta correta ao problema 2 do Torreão/Depósito

Neste problema os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- <u>Verbal</u>: selecionaram e justificaram essa seleção da representação gráfica;
- <u>Gráfica:</u> interpretaram e analisaram as representações gráficas.

Concluindo, neste segundo problema do Torreão, os alunos justificaram a sua escolha de duas formas distintas: afirmando que se tratava da única representação que correspondia a uma situação de proporcionalidade direta; e através da relação entre minutos e litros dos gráficos. As dificuldades dos alunos, neste problema residem na justificação da escolha da representação gráfica, uma vez que alguns alunos apresentam justificações que não são plausíveis ou não são percetíveis.

4.2.4. Focus Group

Após a resolução dos problemas matemáticos acerca do Parque Infante D. Pedro, realizou-se um *focus group* (cuja transcrição é apresentada no Anexo VI) com dez alunos. A primeira questão colocada está relacionada com o fomento ou decréscimo da confiança dos alunos ao realizarem os problemas do Torreão/Depósito de Água. Os alunos responderam que se sentiram confiantes porque consideraram as questões "fáceis" porque "usámos matemática no parque da nossa cidade". Perante esta afirmação é notória a associação da confiança na resolução de problemas relacionadas com a cultura, lazer e arquitetura, nomeadamente o Parque Infante D. Pedro. Por outro lado, um aluno demonstrou indiferença afirmando "não me senti confiante, mas também não me senti inseguro. Eu resolvi os dois problemas, mas um deles era difícil".

Quando questionados sobre as dificuldades sentidas, estas inclinam-se para o segundo problema do edifício, afirmando que tiveram de realizar várias leituras da situação descrita no enunciado. No entanto, também houve quem não tivesse sentido dificuldades. Como tal, solicitou-se que os alunos avaliassem numa escala de 1 a 5 o nível de dificuldade, sendo que 1 era muito difícil e 5 era muito fácil. Perante esta solicitação, quatro alunos classificaram como nível 3, dois alunos classificaram como 2, dois alunos classificaram como 4 e outros dois alunos classificaram como 5. Assim, são mais os alunos que consideraram os problemas na escala do "fácil".

Posteriormente, questionou-se se os problemas ligados ao dia a dia dos alunos (nomeadamente ao parque da cidade) despertavam o seu interesse para a Matemática, ao que os alunos responderam "Sim, assim fica mais na nossa memória. Podemos ver a matemática à nossa volta". Aqui podemos verificar que as atividades de contexto e de relação com o mundo que envolve os alunos, permitem promover aprendizagens mais significativas. No entanto, também se obteve uma resposta que não ilustra motivação/entusiasmo, uma vez que respondeu "É matemática na mesma".

Recorrendo novamente a uma escala, questionaram-se os alunos acerca do grau de interesse, para a área curricular da Matemática, que a resolução de problemas tinha despertado, sendo que 1 correspondia a nada interessante e 5 a muito interessante. Apenas um aluno avaliou com nível 2, dois alunos avaliaram com nível 3, dois alunos com nível 4 e os restantes cinco avaliaram com nível 5. Podemos verificar que metade dos participantes neste *focus group* considerou que este tipo de problemas despertam o gosto/interesse pela matemática.

Por fim, quando questionados se gostariam de realizar atividades/problemas com conteúdos escolares no Parque Infante D. Pedro através do uso de uma aplicação móvel, os alunos fizeram comentários como "Isso é que era a escola do futuro!", "[Era] Muito melhor do que estarmos aqui fechados na sala.", "Era altamente!" e "Se fosse com os nossos telemóveis…".

4.3. EduPARK na Academia de Verão

No presente subcapítulo são analisados os dados recolhidos na Academia de Verão, em que participaram 24 crianças. Assim, é analisado o conjunto de respostas às questões integrantes do guião didático do EduPARK referentes à área da matemática. Neste sentido, são analisadas apenas três questões (Questão 13, Questão 16 e Questão 17) da aplicação móvel. Para além da análise destas questões, durante a manipulação da aplicação móvel, registou-se em formato áudio o diálogo entre os participantes de dois grupos (grupo 3 e grupo 4) com o objetivo de identificar estratégias e/ou dificuldades dos participantes. Este registo encontra-se transcrito (Anexo VII) e é alvo de análise neste capítulo aquando do tratamento dos resultados obtidos para cada questão-problema da aplicação. Para além da recolha de dados aquando a manipulação da aplicação móvel, também se recolheram as respostas dos inquéritos por questionário. Estas são alvo de análise neste subcapítulo juntamente com as transcrições do *focus group* (Anexo VIII) realizado no final da atividade.

A aplicação EduPARK (Figura 117) foi explorada por 24 participantes que se distribuíram por 8 grupos constituídos por 3 participantes cada (Figura 118).

Figura 117 – Participantes a explorar a aplicação EduPARK

Figura 118 – Participantes a explorar a aplicação do EduPARK junto ao Torreão/Depósito de Água

A exploração da aplicação do EduPARK abrangeu várias zonas do Parque Infante D. Pedro de Aveiro, sendo que para este relatório apenas importa a superior do Parque onde se encontra o Torreão/Depósito de Água.

4.3.1. Questões 13, 16 e 17 da Aplicação

Relativamente à primeira questão, esta apenas solicitava a identificação do sólido não poliedro que se poderia identificar no monumento em homenagem ao Dr. Jaime Magalhães. Quanto às outras duas questões, foram as mesmas que se implementaram em sala de aula. Relembre-se que os participantes são outros alunos. As respostas às questões integrantes da aplicação eram de escolha múltipla, de resposta única havendo apenas uma questão, a 16, em que os alunos deveriam selecionar mais do que uma resposta correta.

Construiu-se a Tabela 33 como tratamento das respostas dos alunos à Questão 13, na qual se integram os nomes das equipas, as respostas, a sua correção e o tempo de resposta.

Tabela 33 – Respostas, correção e tempo de respostas das equipas à questão 13

Questão 13: Qual é o não poliedro que podemos identificar neste monumento? (escolha múltipla)			
Equipa	**Resposta**	**Correção**	**Tempo de resposta**
(1) Bem podres	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:10
(2) Beterrabinhas	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:07
(3) Original Pt	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:07
(4) Marlofia	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:04
(5) Macacada Anónima	Cilindro	VERDADEIRO	00:00:22
(6) Sofica	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:12
(7) Os Macacos	Cilindro	VERDADEIRO	00:02:04
(8) Baratóides	Cilindro	VERDADEIRO	00:01:25

Na questão 13, todas as equipas selecionaram a opção correta relativamente ao poliedro que integrava o monumento, nomeadamente o cilindro. Desta forma, conclui-se que compreendem a definição de não poliedro e identificam-nos. Em média, as equipas demoraram 1 minutos e 11 segundos a responder à questão, sendo que a equipa mais rápida demorou 22 segundos e a equipa mais lenta 2 minutos e 4 segundos.

Tanto o grupo 3 como o grupo 4 reproduziram o vídeo sobre a distinção entre poliedros e não poliedros como se pode constatar nas transcrições (Anexo VII). Aquando da identificação do sólido não poliedro, o grupo 4 reconheceu imediatamente o cilindro. No entanto, no grupo 3 um dos elementos afirmou primeiramente ser a esfera. Mas em diálogo chegaram à conclusão de que o sólido em questão era o cilindro. Desta forma, ambos os grupos obtiveram 10 pontos, uma vez que responderam corretamente à questão-problema.

Apresenta-se de seguida, a Tabela 34 como tratamento das respostas dos alunos à Questão 16, na qual se integram os nomes das equipas, as respostas, a sua correção e o tempo de resposta.

Tabela 34 - Respostas, correção e tempo de respostas das equipas à questão 16

Questão 16: Em que sólidos distintos pode ser decomposto o Torreão? (escolha múltipla)			
Equipa	**Resposta**	**Correção**	**Tempo de resposta**
(1) Bem podres	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:03:41
(2) Beterrabinhas	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:01:34
(3) Original Pt	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:02:01
(4) Marlofia	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:02:11
(5) Macacada Anónima	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:02:44
(6) Sofica	Prisma octagonal, cilindro, semiesfera	VERDADEIRO	00:02:02
(7) Os Macacos	Cilindro, prisma octagonal	FALSO	00:02:02
(8) Baratóides	Prisma octagonal, semiesfera	FALSO	00:01:32

Na questão 16 as equipas poderiam selecionar mais do que uma opção. Das oito equipas, seis responderam corretamente, identificando o prisma octagonal, o cilindro e a semiesfera como sólidos integrantes do Torreão. Quanto às respostas erradas, uma das equipas (7) não identificou a semiesfera e a outra (8) não nomeou o cilindro. A equipa 8 foi a equipa mais rápida a responder (1 minuto e 32 segundos), no entanto apresentado uma resposta errada (incompleta). Já a equipa mais morosa (3 minutos e 41 segundos) foi a equipa 1, selecionando as opções corretas. Em média, as equipas demoraram 2 minutos e 8 segundos.

Perante esta questão, à primeira vista, tanto o grupo 3 como o grupo 4 identificaram o cilindro como sólido constituinte do Torreão. Contudo, aperceberam-se da possibilidade de selecionar mais do que uma opção. O grupo 3, em diálogo, identifica um prisma pentagonal que, posteriormente, modifica para prisma octogonal e identifica a semiesfera. Já o grupo 4, após identificar o cilindro, afirma que a esfera não é um sólido constituinte do Depósito de Água. Identifica a semiesfera (meia esfera) e um octógono que substitui pelo termo do sólido correto, nomeadamente, prisma octogonal. Ambos os grupos selecionaram corretamente os sólidos constituintes do Torreão.

Relativamente à Questão 17, construiu-se a Tabela 35 como tratamento das respostas dos alunos, na qual se incluem os nomes das equipas, as respostas, a sua correção e o tempo de resposta.

Tabela 35 - Respostas, correção e tempo de respostas das equipas à questão 17

Questão 17: Para encher o Torreão com 90 000 L de água utilizava-se uma torneira com caudal constante e igual a 18 000 L por minuto. Qual das representações gráficas corresponde à situação descrita? (escolha múltipla)			
Equipa	**Resposta**	**Correção**	**Tempo de resposta**
(1) Bem podres	C	VERDADEIRO	00:01:44
(2) Beterrabinhas	C	VERDADEIRO	00:02:07
(3) Original Pt	C	VERDADEIRO	00:04:49
(4) Marlofia	C	VERDADEIRO	00:01:24
(5) Macacada Anónima	Nenhuma das representações	FALSO	00:01:20
(6) Sofica	C	VERDADEIRO	00:01:28
(7) Os Macacos	C	VERDADEIRO	00:02:06
(8) Baratóides	C	VERDADEIRO	00:03:01

Quanto à questão 17, apenas uma equipa (5) selecionou erradamente a resposta, assumindo que nenhuma das representações correspondia ao enunciado apresentado. As restantes sete equipas selecionaram corretamente a representação C. A equipa 5, foi a mais veloz a selecionar a opção (00:01:20), no entanto reponderam erradamente. Já a equipa mais demorada foi a 3 (00:04:49). Em média os alunos demoraram 2 minutos e 10 segundos.

Como se pode constatar na Tabela 35, o grupo 3 foi o mais moroso em comparação, não só ao grupo 4, como também a todos os outros grupos. O grupo 3, após a leitura da situação-problema, visualizou novamente as representações gráficas. Um dos elementos do grupo afirmou “Era constante…lembram-se?”, sendo que todos os restantes elementos concordaram e excluíram de imediato outras representações gráficas. Tal como o grupo 3, o grupo 4 selecionou a representação gráfica correta. No entanto, demonstrou de imediato uma desmotivação afirmando “Ai que horror! Odeio estes gráficos”. Após várias leituras do enunciado, um dos elementos afirmou “[…] dizia que era constante”, outro elemento começou a adicionar consecutivamente 18 acabando por recorrer à calculadora do seu telemóvel. Assim adicionou 18 sucessivamente até obter 90 e chegaram à conclusão que adicionaram o 18 cinco vezes, ou seja, “[…] tem de ser 5 minutos” o tempo para encher o Torreão até obter 90 mil litros. Como não conseguiram excluir nenhum dos gráficos, voltaram a ler o enunciado e verificaram qual dos gráficos é que ao primeiro minuto tinha 18 mil litros. Selecionaram, assim a opção correta.

Nos problemas da Academia de Verão os alunos recorreram a linguagem do tipo:

- Verbal: identificaram os sólidos geométrico e escolheram a representação gráfica;
- Gráfica: leram e interpretaram os gráficos.

4.3.4. Inquéritos por Questionário Aplicados aos Participantes

Os inquéritos por questionário foram respondidos pelos 24 participantes do projeto desenvolvido no parque Infante D. Pedro. Através deste foi possível obter informação acerca das atitudes e opiniões dos participantes.

Numa primeira parte do questionário, pretendia-se recolher informação sobre o ano de escolaridade, a idade e o sexo dos participantes. Desta forma, verificou-se que dos 24 inquiridos, 8 eram do sexo masculino e 16 do feminino. É de salientar ainda que os participantes estudavam em diferentes escolas da região de Aveiro, sendo que 5 alunos frequentavam o 5.º ano e 19 o 6.º ano. Por fim, relativamente à segunda parte, esta tinha como principal finalidade recolher informação sobre a opinião dos alunos acerca da relação entre a aplicação móvel e a Etnomatemática, ambientes *outdoor* e a comunicação/interação entre os participantes.

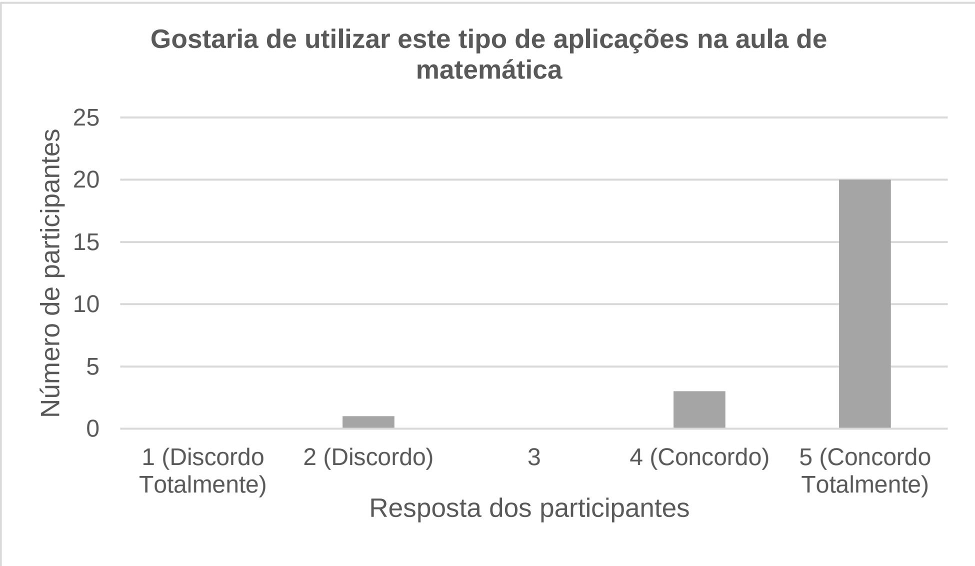


Gráfico 1 - Resultados à afirmação "Gostaria de utilizar este tipo de aplicações na aula de matemática"

Perante as respostas dos alunos a esta primeira afirmação – "Gostaria de utilizar este tipo de aplicações na sala de aula de matemática" - os alunos mostram-se motivados para a utilização de dispositivos móveis com aplicações educativas matemáticas em sala de aula (Gráfico 1). Uma vez que, apenas um participante não demonstrou interesse na utilização deste tipo de aplicações nas aulas de matemática. Dos restantes 23 participantes, 3 concordam com a utilização deste tipo de aplicação na aula de matemática e 20 concordam totalmente.

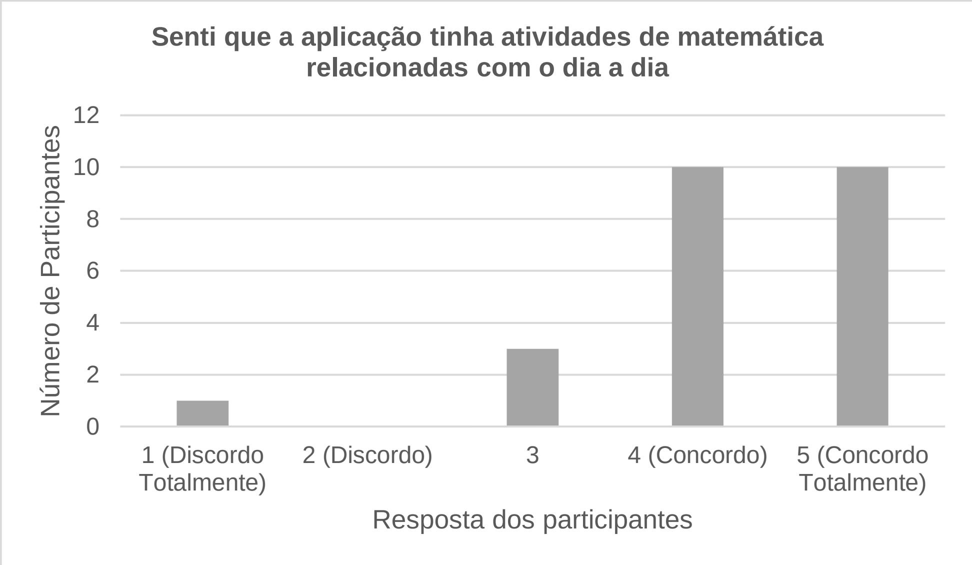


Gráfico 2 - Resultados à afirmação "Senti que a aplicação tinha atividades de matemática relacionadas com o dia a dia"

Quando questionados acerca ligação entre a matemática e o dia a dia (Etnomatemática), a maioria dos participantes afirmou que a aplicação oferecia atividades de matemática relacionadas com o quotidiano (Gráfico 2). Isto porque, 20 participantes concordaram, sendo que destes, 10 concordaram totalmente. Apenas 3 alunos demonstram uma posição neutra relativamente à ligação das atividades com o dia a dia. Somente um aluno considerou que as atividades desenvolvidas não constituem ponte com o quotidiano.

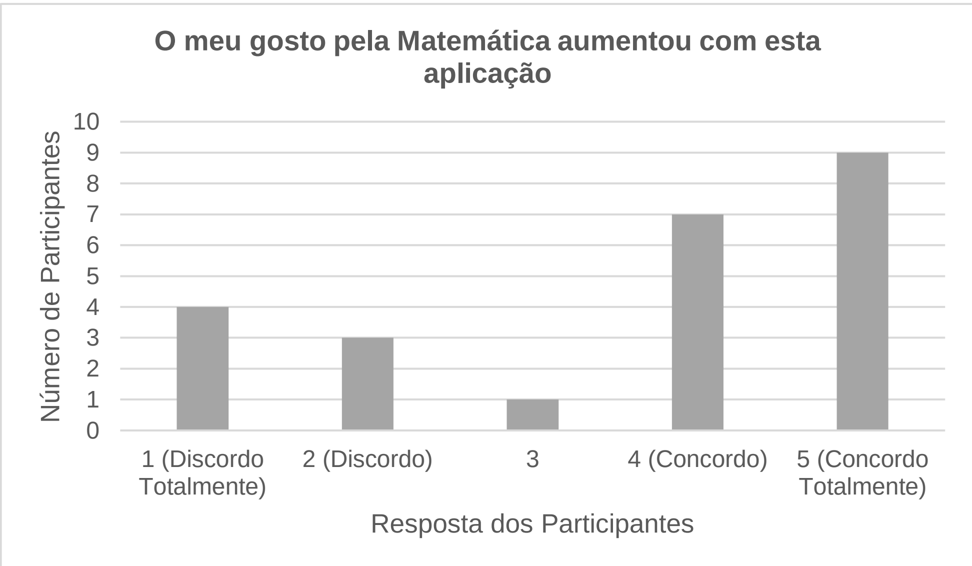


Gráfico 3 - Resultados à afirmação "O meu gosto pela Matemática aumentou com esta aplicação"

A promoção do gosto pela Matemática constitui um dos indicadores da Adequação Afetiva segundo Godino e, portanto, constitui uma das questões avaliadas pelos alunos. Do total de participantes, 7 alunos não consideram que a aplicação tenha fomentado o gosto pela Matemática e 1 aluno afirma que o gosto pela matemática não se modificou (Gráfico 3). No entanto, mais de metade dos alunos, precisamente 16, consideram que o gosto pela matemática aumentou com a realização da atividade.

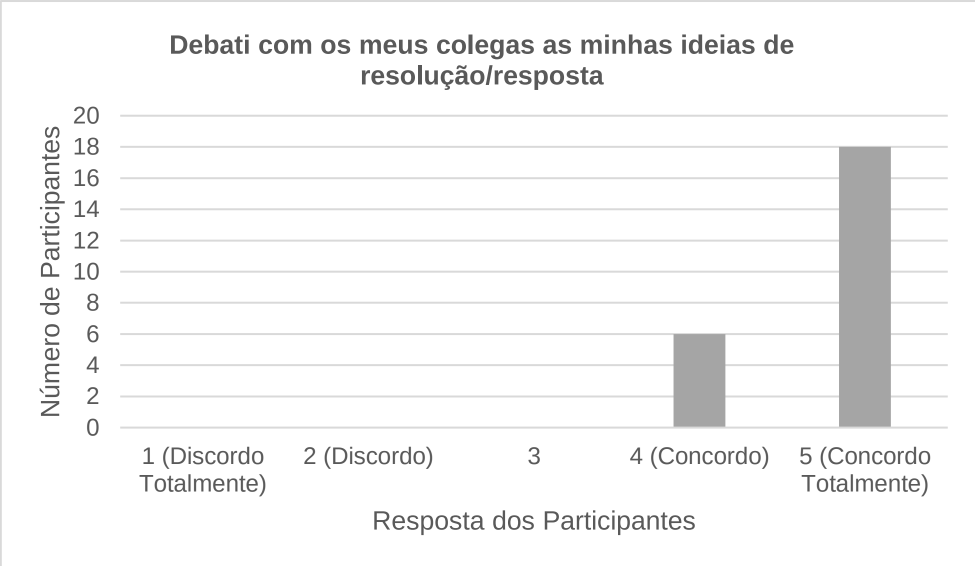


Gráfico 4 - Resultados à afirmação "Debati com os meus colegas as minhas ideias de resolução/resposta"

Todos os participantes debateram as ideias de resolução e de resposta uns com os outros, ou seja, todos participaram ativamente na atividade (Gráfico 4). Isto porque, relativamente à afirmação "Debati com os meus colegas as minhas ideias de resolução/resposta", dos inquiridos, 6 responderam que concordam e 18 responderam que concordam totalmente.

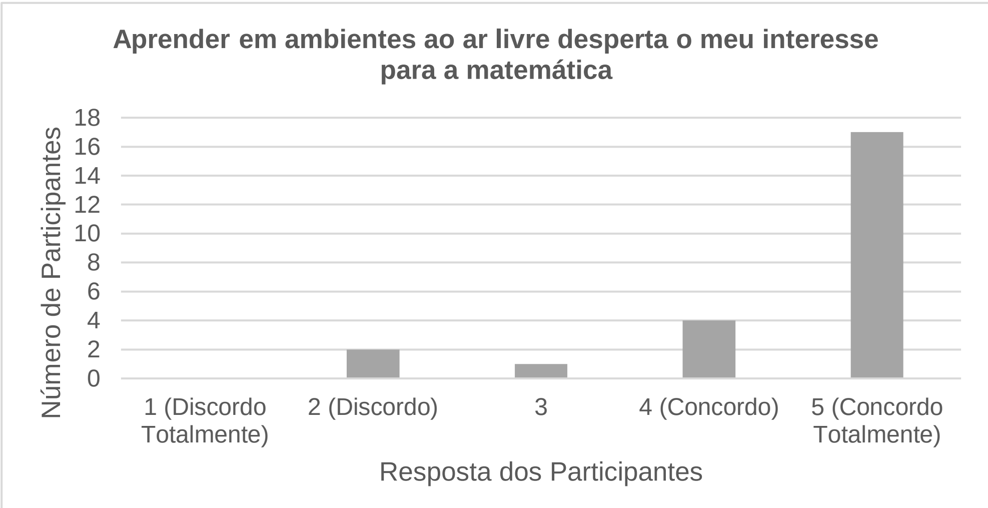


Gráfico 5 - Resultados à afirmação "Aprender em ambientes ao ar livre desperta o meu interesse para a matemática"

Aprender em ambientes ao ar livre fomenta o interesse da maioria dos participantes, uma vez que 21 alunos concordaram com a afirmação "Aprender em ambientes ao ar livre desperta o meu interesse para a matemática." (Gráfico 5), dos quais 4 concordaram e 17 concordaram totalmente.

4.3.5. Focus group aos Participantes

Quando questionados em *focus group* (transcrito no Anexo VIII) sobre as dificuldades e/ou facilidades na resolução dos problemas propostos alguns alunos, nomeadamente do 5.º ano de escolaridade, consideraram que se tratavam de problemas difíceis. Esta dificuldade sentida poderá estar relacionada com o facto de alguns dos problemas serem mais direcionados para o 6.º ano de escolaridade, uma vez que um participante afirmou "Eu achei muito difíceis. Além disso eu sou do 5.º ano havia coisas que ainda não tinha dado.". Um outro afirmou "Eu acho que as perguntas eram razoáveis, mas, por exemplo, havia uma pergunta que se fosse só um grupo do 5.º ano não conseguia fazer".

Relativamente ao tempo de resposta aos problemas, os alunos responderam que demoraram "mais ou menos" e "muito". Quando questionados acerca desse tempo, afirmaram que demoraram "mais nas perguntas de matemática" porque tinham "de fazer cálculos". Desta forma, surgiu a questão "Foi preciso fazer cálculos?", uma vez que para a resolução dos problemas não era necessário. Ao que os alunos responderam "Não, mentalmente" e "Não, tive de pensar". Portanto, os alunos tiveram que debater as repostas com os elementos da equipa.

Por fim, solicitava-se que os participantes apresentassem propostas de atividades no parque relacionadas com a matemática e o que visualizassem no contexto. Obteve-se apenas uma proposta: "Mandaram-nos para o lago e podiam-nos ter mandado calcular a área da circunferência do lago ou assim". Perante isto, supõe-se que o participante pretendia dizer calcular a área do círculo – lago.

CAPÍTULO V – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo final, é apresentada a síntese do estudo, a resposta às questões de investigação que constituem as principais conclusões, as limitações do estudo e ainda uma reflexão final. Pretende, por isso, recuperar, de certa forma os aspetos essenciais das diferentes partes constituintes da investigação.

5.1. Síntese do Estudo

O presente estudo centra-se no desenho, implementação e avaliação de problemas matemáticos sobre a Geometria e Medida, nomeadamente sobre o cálculo de volumes e a visualização e identificação de sólidos no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade e com um grupo de alunos de várias turmas e escolas do 5.º e 6.º anos de escolaridades, este estudo enquadra-se no Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática. Neste sentido, pretendeu-se analisar as estratégias/procedimentos, assim como as dificuldades dos alunos na concretização de problemas com base nos indicadores de Adequação Didática (Godino, 2011). Pretendeu-se analisar ainda o interesse e a motivação dos alunos na realização de problemas matemáticos do Guião EduPARK, quer em contexto de sala de aula (contexto formal), quer no contexto *outdoor* – o Parque Infante D. Pedro – no âmbito da Academia de Verão (contexto não formal).

Os objetivos do estudo mencionados inicialmente são agora relembrados:

- Identificar os procedimentos utilizados e dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo situações reais matemáticas;
- Analisar a motivação e o interesse dos alunos em contextos de sala de aula (formal) e em contextos de aprendizagem *outdoor*, como é o caso da atividade proposta pelo EduPARK na Academia de Verão 2017 (não formal).

Importa também relembrar as questões de investigação que serviram de mote para este estudo:

- Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano?
- Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?

Com o objetivo de responder às questões de investigação foram concretizados problemas em sala de aula com contextos gradualmente mais relacionados com o quotidiano dos alunos, culminando com problemas emergentes de um contexto muito próximo dos alunos da turma do 6.º ano de escolaridade, isto é, o Parque Infante D. Pedro. Além disso, realizou-se uma outra atividade, com um grupo de participantes diferentes, nomeadamente com alunos de várias turmas do 5.º e 6.º anos de escolas de Aveiro. Esta última atividade consistiu na exploração da aplicação móvel EduPARK e, por isso, desenvolveu-se no Parque Infante D. Pedro, no âmbito da Academia de Verão da Universidade de Aveiro.

Inserido numa metodologia de natureza qualitativa, particularmente um estudo de investigação-ação, este relatório contou com a participação de 20 alunos da turma de estágio (Prática Pedagógica Supervisionada) e de 24 alunos no âmbito da Academia de Verão. Em conseguinte, e, de forma a dar resposta às questões do estudo, os dados foram recolhidos através das produções escritas dos alunos (contexto sala de aula), dos *Focus group*, dos inquéritos por questionário aplicados aos alunos (contexto *outdoor*) e dos registos audiovisuais (fotográficas e gravações áudio).

5.2. Principais Conclusões

Após a recolha dos dados e a análise dos resultados apresentada no capítulo anterior, e estabelecendo a sua ligação com o capítulo do enquadramento teórico, é possível tecerem-se algumas conclusões face às questões de investigação.

Questão de investigação 1: Quais as estratégias de resolução de problemas, que envolvem situações realistas, utilizadas pelos alunos de uma turma do 6.º ano?

Com base nas produções escritas dos alunos e com o intuito de responder a esta primeira questão de investigação, verificaram-se os procedimentos utilizados pelos alunos nos problemas propostos. A maioria dos problemas apresentados envolviam o cálculo do volume de prismas e cilindros (determinação do produto da área da base pela altura). Neste sentido, em termos de procedimentos destacaram-se dois: um em que calcularam a medida da área da base separadamente e depois procederam à substituição na fórmula de volume; e outra em que procederam de imediato à substituição na fórmula de volume.

Relativamente à conversão de determinadas unidades noutras solicitadas nos problemas, os alunos passavam para as unidades de medida inferiores e superiores até alcançarem a unidade pretendida. No que diz respeito à conversão de unidades de volume para unidades de capacidades, os alunos mostraram saber que um litro corresponde a um decímetro cúbico. Assim, quando era solicitada uma resposta ao problema em litros os alunos, após calcularem o volume, convertiam-no para decímetros cúbicos e obtinham a capacidade em litros.

No âmbito do Projeto EduPARK, este envolveu o reconhecimento de sólidos através da visualização espacial. Já no problema que envolveu a escolha da representação gráfica do Depósito de Água, os alunos justificaram a escolha apresentando dois argumentos: um dizia respeito à existência de uma única opção que representava proporcionalidade direta; a outra justificação baseou-se na exclusão das outras representações gráficas através da correspondência minutos-litros.

Ainda com o objetivo de responder a esta primeira questão, verificaram-se as dificuldades que os alunos apresentaram na resolução dos problemas propostos. As dificuldades do cálculo de volumes advêm, em alguns alunos, da falta do domínio das fórmulas, ou seja, do não reconhecimento que o cálculo do volume dos sólidos como o cilindro e os prismas, é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura. Uma outra dificuldade encontra-se na expressão por palavras (linguagem verbal) de como calcular o volume de sólidos geométricos.

Em relação ao subdomínio dos sólidos geométricos salientaram-se, como dificuldades, os erros de cálculo e o facto de alguns alunos não expressarem corretamente o resultado nas unidades de medida de volume corretas. Em algumas situações, os alunos aparentaram também não interpretar corretamente os enunciados dos problemas. Isto porque, as suas respostas aos problemas estavam expressas em medidas que não correspondiam ao que era pedido ou arredondavam quando não era solicitado que o fizessem e não arredondavam quando era solicitado. Por exemplo, quando era requerido que apresentassem o resultado do volume em capacidades, nomeadamente em litros, verificou-se que, alguns alunos não atenderam a este pedido. Neste sentido, as dificuldades estão relacionadas com aspetos ligados à conversão de unidades.

No que diz respeito à identificação de sólidos geométricos, verificou-se que as dificuldades estão relacionadas com o domínio de linguagem, uma vez que alguns alunos identificaram o octógono e retângulo (figuras planas) como sendo sólidos geométricos. No entanto, no contexto da Academia de Verão, os alunos não apresentaram tantas dificuldades no que toca à linguagem específica do 2D e 3D, uma vez que apenas um aluno, durante o diálogo, referiu "octógono" como sólido geométrico integrante do Torreão. Na Academia de Verão, ao verem em contexto real o Torreão, os participantes, ao contrário dos alunos da turma da Prática Pedagógica Supervisionada, não tiveram tantas dificuldades na identificação do sólido no que diz respeito à linguagem 2D e 3D, isto pode estar relacionado com três aspetos: a natureza do trabalho, porque em sala de aula o trabalho era autónomo e no Parque Infante D. Pedro era coletivo; a visualização do edifício, uma vez que em sala de aula recorreu-se a fotografias do Torreão e da sua planta (observação indireta) e na Academia de Verão observaram diretamente o edifício.; e a natureza das questões, uma vez que em sala de aula eram de resposta aberta e no âmbito da Academia de Verão eram de escolha múltipla. Neste sentido, tal como afirma Veloso (1998) a aprendizagem da geometria deve ser baseada na realidade e na exploração.

As dificuldades emergentes da identificação da representação gráfica que correspondia à situação descrita no segundo problema do Torreão/Depósito de Água, para além de estarem associadas à justificação da escolha da opção, também estavam relacionadas com a interpretação do enunciado, uma vez que alguns alunos, durante o *focus group*, referiram a necessidade de ler o enunciado da situação-problema várias vezes. Neste sentido é fundamental proporcionar aos alunos problemas que procurem promover situações em que estes necessitem de construir justificações.

As estratégias e as dificuldades estão associadas às Dimensões epistémica e cognitiva da Adequação Didática de Godino (2011) e, como tal, pode-se concluir que os problemas apesentados, na sua maioria, partiram de conhecimentos que as crianças já possuíam, o que permitiu que estas os ampliassem e sistematizassem. No entanto, mediante as dificuldades detetadas ainda teria sido fundamental limar algumas dessas falhas, nomeadamente as de interpretação de enunciados e de reconhecimento de estratégias para o cálculo do volume de alguns sólidos.

Questão de investigação 2: Qual o contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK na promoção de uma aprendizagem ativa?

Face à análise dos inquéritos realizados aos participantes no Projeto EduPARK na Academia de Verão da Universidade de Aveiro, podemos concluir que cerca de 88% dos inquiridos concordaram que aprender em ambientes ao ar livre desperta o seu interesse. 20 dos 24 participantes consideraram que a matemática presente na aplicação estava relacionada com o dia a dia e 67% concordaram que a aplicação fomentou o gosto pela matemática. Neste sentido, as aprendizagens realizadas em contexto *outdoor*, relacionadas com o dia a dia, despertam interesse e promovem o gosto pela matemática. Uma vez que permite que "[…] a tecnologia, tão familiar aos alunos, se articule com práticas de ensino ao ar livre e permita potenciar as aprendizagens […]. Assim os aprendentes estabelecem ligações com o ambiente envolvente, com conteúdos curriculares, com os colegas e com os outros utilizadores." (Pombo et al., 2017, p.18).

Tal como a vertente da Matemática Realista afirma, verificou-se que os contextos são relevantes para a aprendizagem da matemática e devem ser considerados como centros da aprendizagem da matemática. Os contextos constituem-se como "suporte de aprendizagem" e, por isso, devem ter como função a motivação dos alunos, onde estes se sintam à vontade em "emitir e argumentar as suas opiniões" (Ponte & Quaresma, 2012).

Relativamente à resolução dos mesmos problemas, mas em contexto sala de aula, também é possível tecer algumas conclusões. Através de registo áudio foi possível verificar que metade dos questionados (*Focus group*) consideraram que este tipo de problemas desperta neles o gosto pela matemática. Aqui pode-se verificar a motivação dos alunos para a realização de problemas que envolvem o seu mundo próximo, atribuindo assim significado às aprendizagens. Até porque, no decorrer do *Focus group* obtiveram-se comentários que afirmavam que ao resolveram problemas que envolvem contextos próximos, estes ficavam mais presentes na memória. por outras palavras, proporcionam aprendizagens mais significativas (D'Ambrosio, 2002). Destaca-se aqui também a dimensão afetiva, na medida em que os problemas propostos permitiram aos alunos valorizar a matemática, atribuindo-lhe utilidade (Godino, 2011). Quando questionados se gostariam de realizar atividades com conteúdos escolares no Parque Infante D. Pedro através do uso de uma aplicação móvel, é possível afirmar que os alunos consideraram que seria uma atividade muito interessante tal como era esperado. Afirmando que seria "[…] a escola do futuro!" e que "[Era] muito melhor do que estarmos aqui fechados na sala".

Em forma de conclusão, é visível a relevância da Etnomatemática na aprendizagem, uma vez que relaciona a matemática com o que nos rodeia diariamente constitui-se fundamental para que os alunos atribuam significado às suas aprendizagens. Tal como afirma D'Ambrosio (2002), cabe às escola, instituições e docentes proporcionar às crianças instrumentos que lhes permitam desenvolver a "capacidade crítica", numa "sociedade multicultural" e rodeada de tecnologia. É ainda de salientar, que todos os alunos afirmaram no questionário que debateram com os colegas as ideias e resoluções/respostas o que demonstra a potencialidade do Projeto EduPARK no desenvolvimento da comunicação e colaboração entre os participantes.

5.3. Limitações do Estudo

O presente estudo apresenta limitações nomeadamente no que diz respeito à implementação do Guião Didático com a turma da Prática Pedagógica Supervisionada onde foi implementada a Unidade de Ensino. Isto porque se procedeu à calendarização do dia de implementação do Guião Didático com a turma e, posteriormente a autorização para a deslocação da turma ao parque Infante D. Pedro foi negada por parte da escola. Por conseguinte, procedeu-se à adaptação da atividade para a sua implementação em sala de aula.

Uma outra limitação deste estudo está relacionada com a recolha das soluções dos alunos, ou seja, o número de soluções recolhidas difere de problema para problema, assim como também são diferentes os alunos que os resolveram. Isto porque não nos foi autorizada a recolha de dados relativos a alguns alunos. Desta forma, não foi possível fazer uma comparação de qualidade e verificar se algumas das dificuldades persistiram ou se desapareceram.

Ainda como limitação do estudo, não se pode fazer uma comparação entre os resultados obtidos no EduPARK dentro da sala e os resultados obtidos no Parque Infante D. Pedro, uma vez que os problemas/questões são de natureza diferente (as de sala de aula são de resposta livre e as da aplicação são de escolha múltipla), assim como a natureza do trabalho (na sala de aula o trabalho foi individual e na aplicação foi um trabalho colaborativo entre os elementos da equipa).

Aquando da implementação da unidade de ensino considero que se deveria ter efetuado o registo áudio das aulas. Juntamente com o registo áudio dever-se-ia ter realizado entrevistas de forma a questionar as ideias, resolução e dificuldades dos alunos. Por fim, as gravações-áudio recolhidas durante o EduPARK outdoor, deveriam ter sido realizadas a todos os grupos e não apenas a dois. Desta forma tornar-se-ia possível identificar as estratégias e as dificuldades dos restantes grupos, permitindo uma análise mais detalhada e, portanto, de maior qualidade.

5.4. Reflexão Final

Finalmente apresento uma reflexão sobre o percurso efetuado, as aprendizagens realizadas e as dificuldades vivenciadas que contribuíram para o meu crescimento não só a nível profissional como a nível pessoal. Destaco o processo reflexivo como fundamental para o desenvolvimento do autoconhecimento, da autonomia e da necessidade de se questionar sobre as minhas ações, visando progressivamente uma melhor prática pedagógica. Neste sentido, reconheço que as experiências vividas permitiram desenvolver o domínio de competências e saberes docentes, articular a teoria à prática, avaliar as minhas ações e práticas, identificar as minhas falhas e possíveis melhorias e resolver problemas que foram surgindo.

Saliento como aspeto fundamental, a ação colaborativa entre as professoras orientadoras deste estudo, com os investigadores do Projeto EduPARK e com o meu par pedagógico. Enfatizando esta última colaboração na discussão dos problemas e nas estratégias a implementar. Neste seguimento, uma boa relação entre os intervenientes é essencial à realização de boas práticas.

Face à necessidade de inovação e de mudança, decidi integrar-me no Projeto EduPARK, um projeto que integra a tecnologia no processo de ensino e aprendizagem. Assumindo que a tecnologia, nomeadamente os dispositivos móveis, estão cada vez mais presentes na realidade diária das crianças e jovens, este projeto despertou-me interesse por valorizar a interação digital e social e o mundo real e virtual, transformando a aprendizagem em algo ativo e interativo (Pombo & Marques, 2017). As aprendizagens como as realizadas no âmbito da Academia de Verão constituem-se como um complemento às aprendizagens desenvolvidas em sala de aula e fomentam a autoconfiança, consolidam as aprendizagens, melhoram as competências comunicativas e aumentam o gosto pelas áreas curriculares, neste caso, a área da matemática (Melnic & Botez, 2014).

O facto de a escola nos ter negado a ida ao Parque Infante D. Pedro, constituiu-se como o principal obstáculo ao nosso desafio inicial, dado até a grande proximidade entre a escola e o parque. Contudo, pensou-se e desenvolveu-se uma alternativa à deslocação dos alunos ao parque. Neste sentido, “deslocou-se” o parque para a sala de aula e por isso, adaptaram-se e implementaram-se apenas os problemas de matemática ao contexto de sala de aula. Para tal, recorreu-se à visualização de fotografias e à exploração da ferramenta *Google Maps*. Tal como afirma Bidarra (2009), as tecnologias digitais e as suas ferramentas permitem desenvolver uma aprendizagem interligada, dinâmica, interativa, situada, real, motivadores e positiva, isto porque o recurso ao *Google Maps* despertou grande interesse e entusiasmo nos alunos.

Direcionando o foco para a metodologia de investigação utilizada, embora os resultados não possam ser generalizados, este estudo constitui-se como fundamental a nível pessoal e profissional. Permitiu compreender quais as principais dificuldades e estratégias dos alunos de uma turma do 6.º ano de escolaridade em dois contextos de educação: o formal, em contexto de sala de aula e o não formal em contexto da Academia de Verão, realizado fora do ano letivo, num espaço *outdoor*. Como referida anteriormente como uma limitação do presente estudo, a análise da resolução de apenas alguns alunos não possibilitou o estudo da evolução de cada aluno. No entanto, foi possível, através da recolha de dados, dar resposta à primeira questão de investigação que diz respeito às dificuldades sentidas e às estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas propostos.

Relacionando o projeto com a Prática Pedagógica Supervisionada, contactei diretamente com os alunos aquando da realização dos diferentes problemas, observando e analisando as dificuldades sentidas e as estratégias utilizadas em sala de aula e no contexto *outdoor*. A resolução de problemas de contexto real, nomeadamente do contexto que os rodeia, torna a matemática viva e significativa para os alunos, confirmando assim as vertentes da Matemática Realista e da Etnomatemática. Foi possível experienciar a importância de estabelecer ligações entre a Geometria e a sua representatividade no quotidiano (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Também os indicadores de Godino (2011) se constituem como fundamentais para a elaboração das aulas, o desenho de problemas e para uma posterior reflexão da ação. Um profissional de educação deve apresentar uma atitude de abertura a novas aprendizagens, ou seja, deve apresentar uma predisposição para incorporar na sua prática docente atividades inovadoras, interessantes e desafiadoras para os alunos.

Quanto à implementação do Guião Didático, elaborado com a equipa do EduPARK, na Academia de Verão, esta permitiu responder à segunda questão de investigação referente ao contributo da utilização da aplicação móvel EduPARK para uma aprendizagem ativa. Verificou-se que a motivação e o envolvimento dos alunos nos problemas eram superiores à dos alunos que realizaram os problemas em sala de aula. O contexto real, o recurso às tecnologias digitais a interação entre aluno-aluno mostram-se como promotores da motivação dos alunos. A matemática deve ser, portanto, uma atividade social em que a interação entre alunos permita que estes troquem pensamentos, ideias e representações acerca do mundo que os rodeia (Alsina, 2009).

Em forma de conclusão, importa criar espaços e estratégias onde os alunos recorram às novas tecnologias e que estas sejam promotoras de aprendizagens significativas e autênticas. Para tal, os contextos devem ser os mais próximos dos alunos, relacionando tecnologias e espaços de educação formal em sala de aula e de educação formal ou não formal em contexto *outdoor*. Desta forma, é fundamental integrar as questões e problemas no quotidiano dos alunos uma vez que estes demonstraram-se mais recetivos à resolução de problemas do e no contexto real. A interação com espaços próximos da realidade do quotidiano, de cultura e arquitetura, promovem a autoconfiança e do interesse dos alunos (Gerdes, 2007).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação.

Almeida, C. (1991). Ansiedade – insucesso em matemática: Relação dupla de causalidade? Onde começa a "bola de neve"?. *Noesis*, (21), 39-40.

Almeida, M. M. C. (2005) *O Insucesso na Matemática: A Actividade Lúdica e as Novas Tecnologias para a Motivação na Matemática* (Dissertação de Mestrado, Universidade) Portucalense, Porto.

Alsina, À. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. In M. J. González, M. T. González & J. Murilho (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Retrieved from http://www.seiem.es/docs/actas/13/SEIEMXIII-AngelAlsina.pdf

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. e Timóteo, M., (2013). *Programa de Matemática Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência.

Bidarra, J. (2009). Aprendizagem multimédia interactiva. In G. L. Miranda, (Eds.), *Ensino Online e Aprendizagem Multimédia*. Lisboa: Relógio d'Água (pp. 352-384). Retrieved from http://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1778/1/ModelosAMI_Bidarra.pdf

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). Geometria e medida no Ensino Básico. Ministério da Educação: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Retrieved from http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/temas%20matematicos/070_Brochura_Geometria.pdf

Cabrita, I. (1991). A Problemática do Insucesso Educativo em Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico. In A. Martins, & I. Cabrita (Eds.), *A Problemática do Insucesso Escolar* (28-71). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Cardoso, F. M. S. A. (2014). *Visualização de Informação em Aplicações de Realidade Aumentada* (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro). Retrieved from https://ria.ua.pt/bitstream/10773/12720/1/tese.pdf

Cardoso, A. (2014). *Inovar com a investigação-ação - Desafios para a formação de professores*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Carvalho, A. A. A., (2015). Apps para ensinar e para aprender na era mobile learning. In A. A. A. Carvalho (Ed.), *Apps para dispositivos móveis: manual para professores, formadores e bibliotecários*. Ministério da Educação: Direção Geral da Educação (pp. 9-17). Retrieved from https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/31202/1/Apps%20dispositivos%20moveis%20-%20manual%20para%20professores,%20formadores%20e%20bibliotec%C3%A1rios.pdf

Cascais, M. G. A., & Terán, A. F. (2014). Educação formal, informal e não formal na educação em ciências. *Ciência em Tela*, 7(2). Retrieved from http://www.cienciaemtela.nutes.ufrj.br/artigos/0702enf.pdf

Caldas, J. (2003). Interactividade e Multimédia. *CFAE e-revista: Ozarfaxinars*, Matosinhos, 1(3), 1-13. Retrieved from http://www.cfaematosinhos.eu/Artigo_1_05.pdf

Chagas, E. (2003). Educação Matemática na Sala de Aula: Problemáticas e Possíveis Soluções. Educação, Ciência e Tecnologia. pp. 240-248. Retrived from http://www.ipv.pt/millenium/millenium29/31.pdf

Cheng, K., & Tasai, C. (2013). Affordances of Augmented Reality in Science Learning: Suggestions for Future Research. *Journal of Science Education and Technology*, 22(4), 449-462.

Chizzotti, A. (2006). *Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais*. Petrópolis: Editora Vozes.

Coutinho, C. P. (2014). *Metodologias de investigação e Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática*. Coimbra: Almedina.

Cruz, S., & Marques, C. G. (2014). Da sala para a rua: a utilização do geocaching na aprendizagem. In A. A. A. Carvalho (Ed.), *Atlas do 2.º Encontro sobre Jogos e Mobile Learning* (pp. 521-544). Retrieved from http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/29145/1/ATAS_do_EJML_2014%5b1%5d.pdf

Cruz, S., & Meneses, C. (2014). Geocaching: perceções de professores sobre a sua utilização na aprendizagem. In A. A. A. Carvalho (Ed.), *Atlas do 2.º Encontro sobre Jogos e Mobile Learning* (pp. 282-294). Retrieved from http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/29145/1/ATAS_do_EJML_2014%5b1%5d.pdf

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. Floresta: Autêntica Editora.

Drijvers, P., Boon, P., Doorman, M., Bokhove, C., & Tacoma, S. (2013). Digital design: RME principles for designing online tasks. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in Mathematics Education*, (pp. 55-57). Oxford: International Commission on Mathematical Instruction.

Fernandes, D. (1991). Insucesso em Matemática: e não podemos nós, os professores, exterminá-lo?. *Noesis*, (21), 28-30.

Freebody, P. (2004). *Qualitative Reasearch in Education: Interaction and Practice*. London: SAGE Publications.

Gerdes, P. (2007). *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural*. Ribeirão: Edições Húmus, Lda.

Godino, J.D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques 22*, 2(3), 237-284. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Doctorado_En_Educacion/publication/291345108_Un_enfoque_ontosemiotico_del_conocimiento_y_la_instruccion_matematica/links/56a11c7a08ae27f7de2653e7.pdf

Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Internamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 1-20. Retrieved from http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf

Gohn, M. G. (2006). Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas. *Ensaio: Avaliação Política e Pública em Educação*, Rio de Janeiro, 14(50), 27-38. Retrieved from http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v14n50/30405.pdf

Gomes, J., & Gomes, C. (2015). Aurasma Studio: para realidade aumentada. In A. A. A. Carvalho, (Ed.), *Apps para dispositivos móveis: manual para professores, formadores e bibliotecários*. Ministério da Educação: Direção Geral da Educação (pp. 29-53). Retrieved from https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/31202/1/Apps%20dispositivos%20moveis%20-%20manual%20para%20professores,%20formadores%20e%20bibliotec%C3%A1rios.pdf

Gonzaga, A. M. (2006). A pesquisa em educação: um desenho metodológico na abordagem qualitativa. In Pimenta, S. G, et al.. *Pesquisa em educação: Alternativas investigativas com objetos complexos*, (30) 289-300. São Paulo: Edições Loyola.

Lessard-Hébert, M. (1996). *Pesquisa em Educação*. Lisboa: Instituto Piaget.

Junior, J. B. B., & Coutinho, C. P. (2008). The use of Mobile Technologies in Higher Education in Portugal: an exploratory survey. In G. L. Bonk, M. M. Lee, & T. H. Reynolds (Ed.), *World conference on e-learning in corporate, government, healthcare, & higher education (E-Learn2008): proceedings, Las Vegas, Nevada, USA, 2008*. Chesapeake: Association for the Advancement of Computing in Education. (pp. 2102-2107). Retrieved from https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/8468/1/Elearn_Tec_Moveis.pdf

Kesim , M., & Ozarslan, Y. (2012). Augmented reality in education: current technologies and the potential for education*. Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 47, 297-302. Retrieved from http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812023907/pdf?md5=d2e0c673257e5eb8c2d67efc8cd68f15&pid=1-s2.0-S1877042812023907-main.pdf

Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Melnic, A., & Botez, N. (2014). Formal, Non-Formal and Informal Interdependence in Education. *Economy Transdisciplinary Cognition Journal*, 17(1), 113-118. Retrieved from http://www.ugb.ro/etc/etc2014no1/18_Melnic__Botez.pdf

Moreira, A. (2002). Crianças e tecnologia, tecnologia e crianças: Mediações do educador. In P. Ponte (Eds.), *A Formação para a Integração das TIC na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 9-17). Porto: Porto Editora.

Moura, A., & Carvalho, A. A. (2010). Enquadramento teórico para a integração de tecnologias móveis em contexto educativo. *TIC Educa 2010: Actas do Encontro Internacional TIC e Educação*, Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 1, 10001-1006. Retrieved from http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/11140/1/Enquadramento%20te%c3%b3rico%20para%20integra%c3%a7%c3%a3o%20das%20tecnologias%20m%c3%b3veis-%20Moura%20%26%20Carvalho-2010.pdf

NCTM, National Council Of Teachers Of Mathematics. (2014). The Crossroads of Mathematics and Culture. In NCTM (Eds.), *Math Is a Verb: Activities and Lessons from Cultures Around the World* (pp. 1-7). Retrieved from https://www.nctm.org/Handlers/AttachmentHandler.ashx?attachmentID=hK73Ye3v8x8%3D

Paixão, F., & Jorge, R. (2014). Formação de professores do Ensino Básico: abertura do estágio a contextos não formais de educação. In Queirós, P, et al.. *Formação incicial de professores: reflexão e investigação da prática profissional*, 43-58. Porto: FADEUP.

Pinxten, R. (1994). Anthropology in the Mathematics Classroom?. In S. Lerman (Eds.), *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom* (pp. 85-97). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Ponte, J. P. (1992). Problemas de Matemática e Situações da Vida Real. *Revista de Educação*, 2(2), 95-108.

Ponte, J. P., & Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J.P., Martins, A., Nunes, F., Oliveira, I., Silva, J. C., Almeida, J., Serrazina, L., & Abrantes, P. (1998). *Matemática escolar: diagnóstico e propostas*. Lisboa: Edição do Ministério de Educação.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. (2002). As TIC no início da escolaridade: Perspectivas para a formação inicial de professores. In P. Ponte (Eds.), *A Formação para a Integração das TIC na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 19-26). Porto: Porto Editora.

Ponte, J. P. (2003). Maldita ou bendita matemática...?. *A Página da Educação*, (125), p. 8. Retrieved from http://www.apagina.pt/Download/PAGINA/SM_Doc/Mid_2/Doc_9566/Doc/P%C3%A1gina_9566.pdf

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O Papel do Contexto nas Tarefas Matemáticas. *Revista - Journal Interacções*, 8(22), 196-216. Retrieved from http://www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs/1/460692.PDF

Pombo, L. (2016, abril 15). EduPARK: Mobile Learning, Realidade Aumentada Geocaching na educação em Ciências – um projeto inovador de investigação e desenvolvimento [Web log post]. Retrieved from http://blogs.ua.pt/cidtff/index.php/2016/04/15/edupark-mobile-learning-realidade-aumentada-geocaching-na-educacao-em-ciencias-um-projeto-inovador-de-investigacao-e-desenvolvimento/

Pombo, L., & Marques, M. M. (2017). Marker-based augmented reality application for mobile learning in an urban park - Steps to make it real under the EduPARK project. Atas da 19th International Symposium on Computers in Education (SIIE) and 8th CIED Meeting/ 3rd CIED International Meeting. C. Ponte, J.M. Dodero & M.J.Silva (Orgs.), Instituto Politécnico de Lisboa, Escola de Educação, 9-11 novembro. pp. 174-178, https://www.eselx.ipl.pt/sites/default/files/media/2017/siie-cied_2017_atas-compressed.pdf

Pombo, et al.. (2017). *Parque Infante D. Pedro, Património Histórico e Botânico – Projeto EduPARK*. Aveiro: UA Editora – Universidade de Aveiro.

Rodrigues, A. (2011). *A Educação em Ciências no Ensino Básico em Ambientes Integrados de Formação*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Silva, I., Veloso, A. & Keating, J. (2014). Focus group: Considerações teóricas e metodológicas. Revista Lusófona de Educação, 26, 175-190. Retrieved from http://www.scielo.mec.pt/pdf/rle/n26/n26a12.pdf

Silva, J. C. (1991). Ensino da Matemática: um problema de hoje e de sempre. *Noesis*, (21), 16-19.

Stake, R. E. (2007). *A Arte de Investigação com Estudos de Caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Universidade de Aveiro. (2017, maio 4). Academia de Verão [site web]. Retrieved from http://www.ua.pt/academiadeverao/2017/page/22421

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais: materiais para professores*. Lisboa: Instituto de inovação educacional.

Yasunaga, M. (2014). Non-formal education as a means to meet learning needs of out-os-school children and adolescents. *Background Paper prepared for Fixing the Broken Promise of Education of All: Findings from the Global Initiative on Out-of-School Children*. Montreal: UNESCO Institute for Statistics. Retrieved from http://allinschool.org/wp-content/uploads/2015/01/OOSC-2014-Non-formal-education-for-OOSC-final.pdf

ANEXOS

Anexo I – Programa da Academia de Verão da Universidade de Aveiro 2017

universidade de aveiro
serviços de comunicação, imagem
e relações públicas

dep
universidade de aveiro
departamento de educação e psicologia

Academia de Verão 17

c2 - jogar, explorar, aprender.
Departamento de Educação e Psicologia

Organização

Aida Figueiredo, afigueiredo@ua.pt

Programa

objetivos	1. Promover a aprendizagem através de atividades lúdicas. 2. Estimular a participação, a criatividade, a capacidade de trabalho em equipa e a mobilização de diferentes recursos. 3. Desenvolver situações que em equipa, levem a refletir, construir e comunicar problemas, soluções e desafios.
semana	9 a 14 de julho
tipo de programa	**Para alunos 5º>6º ano:** **programa integral de 5 dias**
nº de participantes	24

Atividade (C2$_1$)

nome da atividade	**Receção e abertura**
dia | horário | local	10 de julho, 2.ª feira, 10h 30m às 11h 00m

tipo de atividade	conversa/palestra
Descrição	Receção e apresentação das atividades e desafios a desenvolver durante a semana. Organização dos grupos. **Aida Figueiredo | Rosa Gomes** **Sala – Anfiteatro 5.3.27**

Atividade (C2$_2$)

nome da atividade	**Confio em Ti**
dia | horário | local	10 de julho, 2.ª feira, 11h 00m às 12h 30m
tipo de atividade	Atividades lúdicas em grande grupo no exterior
Descrição	Esta sessão visa criar uma dinâmica no grupo de crianças/jovens recém-chegadas à semana da academia de verão, recorrendo a jogos e outras atividades lúdicas. **Monitores Científicos – Aida Figueiredo | Isabel Santos | Manuela Cunha | Marta Moreira Lopes |** **Fabiana Rodrigues** **Sala – Espaço exterior**

Atividade (C2$_3$)

nome da atividade	**Psicologia em Ação no Laboratório!**
dia | horário | local	10 de julho, 2.ª feira, 14h 30m às 16h 45m
tipo de atividade	Atividades práticas para o grupo
Descrição	Os participantes serão desafiados a responder à questão "A realidade é o que parece?". Através da realização de um conjunto de atividades laboratoriais, os participantes irão explorar diferentes fenómenos que ilustram o funcionamento de diferentes processos psicológicos básicos (e.g., percepção, memória, atenção, etc.). **Monitores Científicos – Isabel Santos | Josefa Pandeirada | Magda Saraiva | Pedro Bem-Haja |** **Pedro Rodrigues | Sara Félix** **Sala – Sala Informática 5.1.52**

Atividade (C2$_4$)

nome da atividade	**Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade**
dia | horário | local	11 de julho, 3.ª feira, 9h 30m às 12h 30m

tipo de atividade	Atividades lúdicas, em grupo, com uso de telemóveis no exterior
Descrição	No Parque Infante D. Pedro, o principal pulmão da cidade de Aveiro, a Macaca do EduPARK espera por jovens exploradores para os guiar numa caça ao tesouro onde se aprende enquanto se joga. Porque muitas cabeças pensam melhor do que apenas uma, os jovens exploradores vão formar pequenos grupos. Acompanhados de um monitor científico, os membros de cada grupo vão poder contar com a mobile app do EduPARK (telemóvel disponibilizado pela equipa do projeto), através da qual irão receber as pistas da Macaca e ser desafiados a responder, com muita atenção e perspicácia, a quizzes interdisciplinares. Assim, ficarão cada vez mais próximos de descobrir os tesouros do Parque e enriquecer os seus conhecimentos! Esta é uma atividade baseada nos princípios de Geocaching que constitui um desafio educativo que integra questões interdisciplinares e o uso de telemóveis, para que os alunos possam aprender enquanto usufruem de uma caminhada saudável pelo Parque **Monitores Científicos – Lúcia Pombo | Margarida Marques | Luís Afonso | Mariana Souza | Cecília Guerra | Vânia Carlos | Martin Llamas | Paulo Dias | Samanta Lourenço | Maria José Loureiro |** **Márcia Carvalho | Ana Gonçalves | Rita Valente | Priscilla Lassance** **Sala – Entrada principal do Departamento de Educação e Psicologia**

Atividade ($C2_5$)

nome da atividade	**Reflexão sobre a atividade "Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade"**
dia | horário | local	11 de julho, 3.ª feira, 14h 30m às 15h 00m
tipo de atividade	Reflexão individual apoiada pelo uso das tecnologias

Descrição	Na sequência da atividade "Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade", e depois de recuperadas energias durante o almoço, os jovens exploradores vão ter oportunidade de usar as tecnologias para apoiar a sua reflexão sobre a atividade da manhã. Espera-se que os alunos preencham um questionário online sobre a atividade, usando os computadores disponíveis na sala. **Monitores Científicos – Lúcia Pombo | Margarida Marques | Luís Afonso | Mariana Souza | Cecília Guerra | Vânia Carlos | Martin Llamas | Paulo Dias | Samanta Lourenço | Maria José Loureiro |** **Márcia Carvalho | Ana Gonçalves | Rita Valente | Priscilla Lassance** **Sala - 5.1.52**

Atividade ($C2_6$)

nome da atividade	**Desafios no Jardim da Ciência numa perspetiva de educação para a sustentabilidade**
dia | horário | local	11 de julho, 3.ª feira, 15h 00m às 16h 45m
tipo de atividade	Visita guiada com exploração de módulos
Descrição	O Jardim da Ciência da Universidade de Aveiro trata-se de um espaço de educação não-formal de ciências, onde és convidado/a a explorar, ao ar livre, desafios e módulos interativos de grandes dimensões, alguns deles, únicos! A exploração de módulos como o aquário da nossa costa e o parafuso de Arquimedes permitirão a promoção da educação para a sustentabilidade, numa perspetiva local com impacte global. Os módulos interativos estão organizados em três circuitos temáticos: Circuito da água (por ex.: aquário da nossa costa e parafuso de Arquimedes); Circuito da luz (por ex.: tenda de espelhos e prisma giratório); e Circuito das forças e movimento (por ex.: cordas que tocam e Aeroskate). A visita será realizada em

	pequenos grupos com o apoio de monitores. Podes encontrar mais informação sobre este espaço em http://www.ua.pt/jardimdaciencia/ Atividade dinamizada pelo Laboratório Aberto de Educação em Ciências (LEduC), estrutura funcional do Centro de Investigação "Didática e Tecnologia na Formação de Formadores" (CIDTFF). NOTA: Tendo em conta que o Jardim da Ciência é ao ar livre, a concretização desta atividade está dependente das condições meteorológicas do dia em questão, podendo portanto ser substituída por atividades no laboratório de ciências. **Monitores Científicos – Ana V. Rodrigues | Rui Vieira | Rita Tavares | Marta Fonseca | Joana Peixinho | Mónica Seabra | Nance Pinheiro | Vanessa Souza** **Sala: Jardim da Ciência no Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro**

Atividade (C2$_7$)

nome da atividade	**Caça ao Tesouro Plurilingue** Explora, vê e joga com a diversidade linguística e cultural
dia | horário | local	12 de julho, 4.ª feira, 9h 30m às 12h 30m
tipo de atividade	Atividades práticas em pequenos grupos
Descrição	A caça ao tesouro é um percurso ao longo do qual os participantes enfrentarão vários desafios. Se estiverem atentos, verificarão que no campus aparecem várias mensagens em diferentes línguas. Várias pistas serão dadas aos participantes para encontrar os espaços onde aparecem essas informações. A prova inclui paragens obrigatórias pelo campus. Em cada uma receberão novas instruções. As provas elaboradas propõem desafios distintos: questões sobre línguas e culturas, pesquisa de livros na biblioteca, jogos de perícia, achados, adivinhas e curiosidades sobre as línguas na UA. Esta atividade será dinamizada pelo Laboratório Aberto para a Aprendizagem de

	Línguas Estrangeiras (LALE), estrutura do Centro de Investigação "Didática e Tecnologia na Formação de Formadores" (CIDTFF). **Monitores Científicos – Rosa Maria Faneca | Marta Santos | Susana Pinto | Ângela Espinha Salas: Lale (5.2.42) e Campus**

Atividade ($C2_8$)

nome da atividade	**O jogo e a matemática…**
dia | horário | local	12 de julho, 4.ª feira, 14h 30m às 16h 45m
tipo de atividade	Laboratorial
Descrição	Pessoas de todas as idades adoram jogar jogos que são divertidos e motivadores. Alguns jogos oferecem oportunidades de explorar conceitos matemáticos fundamentais, como sequências de contagem, correspondência um-para-um,
	padrões e outros conceitos matemáticos importantes. Nesta atividade vais explorar vários jogos matemáticos. Vem jogar! **Monitor Científico – Teresa Neto | Carolina Estrelinha** **Sala: 5.2.50**

Atividade ($C2_9$)

nome da atividade	**Kit Anti Stress**
dia | horário | local	13 de julho, 5.ª feira, 9h 30m às 12h 30m
tipo de atividade	Atividades práticas em pequenos grupos
Descrição	Os participantes serão desafiados a identificar em grupo os sintomas e estratégias mais usuais que utilizam para lidar com o stress e ordenarão estes de acordo com nível de perceção da eficácia. Depois os participantes realizarão uma técnica de gestão do stress - relaxamento de Jacobson. Os alunos serão desafiados no final a refletir sobre as experiências e com base nisso construir em grupo um kit anti-stress, que poderão levar para casa. **Monitoras Científicas – Anabela Pereira | Paula Vagos | Sara Monteiro| Carla Oliveira | Carla** **Andreia | Ana Ferreira** **Sala: Drama (5.1.69)**

Atividade ($C2_{10}$)

nome da atividade	**Jogos tradicionais: Construir, jogar, aprender**
dia | horário | local	13 de julho, 5.ª feira, 14h 30m às 16h 45m
tipo de atividade	Atividades em grupo no Exterior
Descrição [entre 100 a 200 palavras, numa linguagem simples e apelativa]	A cultura lúdica do nosso país é extremamente rica. Nesta sessão as crianças/jovens são convidados a construir alguns objetos lúdicos com elementos naturais e são desafiados a jogarem jogos tradicionais portugueses. **Monitoras Científicas – Aida Figueiredo | Patrícia Espirito Santo | Rita Santos Cardoso | Cátia** **Silva Pereira | Juliana Rita Gomes Correia de Melo** **Sala: Exterior**

Atividade ($C2_{11}$)

nome da atividade	**Quando é a Cidade a chamar pelas Crianças**
dia | horário | local	14 de julho, 6.ª feira, 9h 30m às 10h 30m
tipo de atividade	Conversa/Palestra
Descrição	O encontro será dinamizado a partir da projeção de filme de animação que introduz a discussão sobre o lugar que as crianças são convidadas a ocupar em Cidades que pretendam ser amigas de pessoas de todas as gerações
	Monitora Científica – Rosa Madeira **Sala: anfiteatro18.1.8**

Atividade ($C2_{12}$)

nome da atividade	**Sou cineasta - o meu filme da academia de verão**
dia | horário | local	14 de julho, 6.ª feira, 11h 00m às 12h 30m
tipo de atividade	Workshop multimédia

Descrição	Elaboração de um vídeo em "*Movie maker*" a partir das fotografias feitas ao longo da semana, com descrições, legendas, som e efeitos especiais. **Monitores Científicos – Maria José Loureiro | Susana Senos | Susana Vasconcelos| Mª Manuel** **Damas | Filipe Moreira** **Salas: 5.1.52**

Atividade((C2$_{13}$**)**

nome da atividade	**Partilha de Experiências**
dia | horário | local	14 de julho, 6.ª feira, 14h 30m às 16h 00m
tipo de atividade	atividades em pequenos grupos
Descrição	Apresentação dos trabalhos desenvolvidos e experiências vividas ao longo da semana. **Monitora Científica – Rosa Gomes | Aida Figueiredo** **Salas: 5.3.27**

Para as atividades/saídas fora do campus universitário (de Aveiro, Águeda ou Oliveira de Azeméis) preencher este quadro

dia	
transporte	
monitores	
alimentação	

Atividade a destacar (neste campo identificar a atividade preferencial a ser alvo de reportagem fotográfica/filmagem/comunicação)

nome da atividade	Jogos tradicionais: Construir, jogar, aprender
professor responsável	Aida Figueiredo
data | horário | local de realização	13 de julho, 5.ª feira, 14h 30m às 16h 45m

Anexo II – Plano da Aula 7

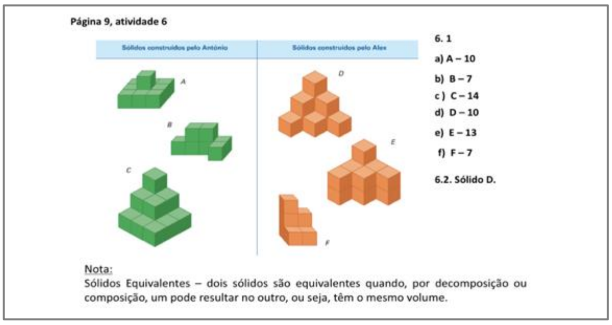
GOVERNO DE PORTUGAL — MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA	Escola Básica João Afonso de Aveiro
Professora Cooperante: Luísa Pinheiro	**Professora Supervisora:** Teresa Neto
Professoras Estagiárias: Ana Gonçalves	**Datas:** 6 e 7 de março de 2017

<table>
<tr><th colspan="4">PLANO DE AULA</th></tr>
<tr><td colspan="2">Disciplina: Matemática</td><td colspan="2">Turma: 6.º H</td></tr>
<tr><td colspan="2">Domínio: Geometria e Medida</td><td colspan="2">Subdomínio: Sólidos Geométricos e Medida</td></tr>
<tr><td>Objetivos Gerais (3.º ano):
5. Medir capacidades</td><td colspan="2">Objetivos Gerais (4.º ano):
4. Medir comprimentos e áreas
5. Medir volumes e capacidades</td><td>Objetivos Gerais (6.º ano):
7. Medir volumes de sólidos</td></tr>
<tr><td>Descritores (3.º ano):
5.1. Relacionar as diferentes unidades de capacidade do sistema métrico.
5.2. Medir capacidades utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.</td><td colspan="2">Descritores (4.º ano):
4.1. Conhecer que a área de um quadrado com um decímetro de lado (decímetro quadrado) é igual à centésima parte do metro quadrado e relacionar as diferentes unidades de área do sistema métrico.
4.3. Medir áreas utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.
5.1. Fixar uma unidade de comprimento e identificar o volume de um cubo de aresta um como “uma unidade cúbica”.
5.4. Reconhecer o metro cúbico como o volume de um cubo com um metro de aresta.
5.5. Reconhecer que o volume de um cubo com um decímetro de aresta (decímetro cubico) é igual à milésima parte do metro cúbico e relacionar as diferentes unidades de medida de volume do sistema métrico.
5.6. Reconhecer a correspondência entre o decímetro cúbico e o litro e relacionar as unidades de medida de capacidade com as unidades de medida do volume.</td><td>Descritores (6.º ano):
7.6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um cilindro reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, aproximando-o por prismas regulares.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Materiais/Recursos:</td><td>Lição n.º:123 e 124</td><td>Lição n.º: 125 e 126</td></tr>
</table>

-Tabela de registo da Elaboração dos Trabalhos de Casa; - Computador; - Projetor; - Manual escolar; - Quadro; - Caderno diário; - Material de escrita; - PowerPoint; - Fichas "Aplica; - Fichas informativas.	**Sumário:** Correção do trabalho proposto para casa. Unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade. Exercícios de aplicação. Entrega de uma listagem de conteúdos "O que devo recordar/O que devo saber/O que devo treinar" de preparação para o teste de avaliação.	**Sumário:** Correspondência entre o decímetro cúbico e o litro. Relação entre as unidades de medida de capacidade com as unidades de medida de volume. O cubo unitário. Volume de um cilindro reto. Exercícios de aplicação.

Avaliação das aprendizagens: Interesse e participação dos alunos nas atividades propostas pela professora.	**Trabalho de casa:** <u>07/03/2017</u> – Tarefas 1 e 2 da página 39 do manual (parte 2).

Desenvolvimento da Aula	Duração
Aula 06-03-2017 **- Registo do sumário da aula anterior** Após os alunos entrarem na sala, sentam-se nos respetivos lugares e retiram o material necessário de forma a registarem o sumário da aula anterior e o número e data das lições do dia. Desta forma, questionam-se oralmente os alunos sobre os conteúdos abordados na aula anterior mediando um diálogo que permita escrever o sumário no quadro para que os alunos possam também registar nos seus cadernos diários. <u>Sumário</u>: Conclusão da correção do teste de avaliação. Correção do trabalho proposto para casa. Entrega e correção da ficha "Avalia o que sabes 1". Esclarecimento de dúvidas. Noção de volume. Sólidos equivalentes. Unidades de medida de volume. <u>Lições n.º</u> 123 e 124 06-03-2017	10'
- "O que devo recordar/O que devo saber/ O que devo treinar Procede-se à entrega de uma listagem de conteúdos "O que devo recordar/O que devo saber/O que devo treinar" de preparação para o teste de avaliação.	5'
- Correção do trabalho proposto para casa - Página 9, tarefa 6 São solicitados alunos para corrigirem oralmente as tarefas sendo a correção das mesmas projetada (diapositivo 1).	10'



- Contextualização

É projetado o vídeo de síntese disponível em https://lmsev.escolavirtual.pt/playerteacher/resource/1323465/E de forma a rever as unidades de área.

Posteriormente são projetados no quadro exercícios de consolidação:

20’

1. Completa, atendendo às unidades:

1.1. 85 m =_________ dm
=_________ dam
=_________ hm

1.2. 1,2 km =_________ hm
=_________ dam
=_________ m

1.3. 2,65 cm^2 = _________ dm^2
= _________ mm^2
= _________ m^2

1.4. 0,5 dm^2 = _________ m^2
= _________ cm^2
= _________ mm^2

A correção realiza-se no quadro sendo que são solicitados 4 alunos para registarem as respostas de 12 alunos escolhidos para responder.

Correção:

1. Completa, atendendo às unidades:

1.1. 85 m = 850 dm
= 8,5 dam
= 0,85 hm

1.2. 1,2 km = 12 hm
= 120 dam
= 1200 m

1.3. 2,65 cm^2 = 0,0265 dm^2
= 265 mm^2
= 0,000265 m^2

1.4. 0,5 dm^2 = 0,005 m^2
= 50 cm^2
= 5000 mm^2

- Unidades de medida de volume

De forma a dar continuidade às unidades de medida, introduzem-se as unidades de medida de volume no sistema métrico, projetando-se o PowerPoint.

30’

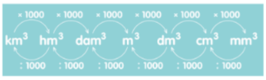
Diapositivo 2:

* Questão:
  - “Qual é a unidade fundamental de volume?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Metro cúbico”.
* Questão:
  - “O metro cúbico também tem múltiplos e submúltiplos quais são eles?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Os múltiplos são o quilómetro cúbico, o hectómetro cúbico e o decâmetro cúbico”.
  - Os submúltiplos são o decímetro cúbico, o centímetro cúbico e o milímetro cúbico”.

É distribuída a ficha informativa alusiva aos volumes bem como o Aplica 1 com exercícios de conversão de medidas.
É realizada a leitura da ficha informativa.

Ficha informativa:

Unidades de medida de volume no sistema métrico:



- ✓ A unidade fundamental de volume é o **metro cúbico** (m^3).
- ✓ O metro cúbico é o volume de um cubo com um metro de aresta.
- ✓ O metro cúbico tem os correspondentes múltiplos e submúltiplos. Cada unidade é 1000 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Exemplos:
$8\ m^3 = 8000\ dm^3$
$10\ cm^3 = 10000\ mm^3$
$2000\ dm^3 = 2\ m^3$

Aplica:

Aplica:

1. Completa:
- $3200\ m^3 =$ _________ dam^3
- $0{,}26\ hm^3 =$ _________ dam^3
- $42{,}72\ hm^3 =$ _________ m^3
- $33\ dm^3 =$ _________ m^3
- $37\ m^3 =$ _________ dm^3

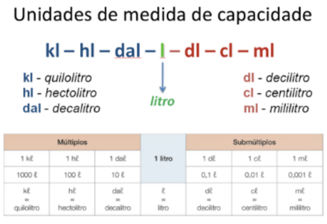
2. $0{,}5\ m^3$ é igual a:
(A) $5\ dm^3$ (B) $50\ dm^3$ (C) $500\ dm^3$

A correção do Aplica 1 realiza-se no quadro sendo que são solicitados 6 alunos para executarem as tarefas no quadro e explicarem os seus raciocínios.

Possível correção:
1.
- $3200\ m^3 = 3{,}2\ dam^3$
- $0{,}26\ hm^3 = 260\ dam^3$
- $42{,}72\ hm^3 = 42720000\ m^3$
- $33\ dm^3 = 0{,}033\ m^3$
- $37\ m^3 = 37000\ dm^3$

2. (C) $500\ dm^3$

- Unidades de medida de capacidade
No diapositivo seguinte apresenta-se a unidade fundamental de capacidade bem como as unidades de medida de capacidade. 15’
Diapositivo 3:

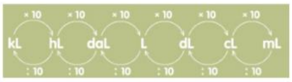


Múltiplos				Submúltiplos		
1 kℓ	1 hℓ	1 daℓ	1 litro	1 dℓ	1 cℓ	1 mℓ
1000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ		0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ
kℓ = quilolitro	hℓ = hectolitro	daℓ = decalitro	ℓ = litro	dℓ = decilitro	cℓ = centilitro	mℓ = mililitro

É distribuída a ficha informativa alusiva às unidades de medida de capacidade bem como o Aplica 2 relacionado com este tópico e com exercícios de conversão de medidas.
Os alunos executam o aplica sendo este corrigido assim que todos tenham acabado.

Ficha informativa:

Unidades de medida de capacidade no sistema métrico:



✓ A principal unidade de capacidade é o **litro**.
✓ Cada unidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Exemplos:
4 L = 40 dL
2 cL = 20 mL
800 dL = 80 L

Aplica:

Aplica:

1. Completa:
- 3 dL= _________ cL
- 25 kL= _________ daL
- 0,03 daL= _________ dL
- 0,003 hL = _________ L

2. 0,25 dL litros são:
(A) 25 L (B) 2,5 daL (C) 25 mL

Aula 07-03-2017

- Registo do sumário da aula anterior

Após os alunos entrarem na sala, sentam-se nos respetivos lugares e retiram o material necessário de forma a registarem o sumário da aula anterior e o número e data das lições do dia. Desta forma, questionam-se oralmente os alunos sobre os conteúdos abordados na aula anterior mediando um diálogo que permita escrever o sumário no quadro para que os alunos possam também registar nos seus cadernos diários.

Sumário: Correção do trabalho proposto para casa.
Unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade.
Exercícios de aplicação.
Entrega de uma listagem de conteúdos “O que devo recordar/O que devo saber/O que devo treinar” de preparação para o teste de avaliação.

10’

Lições n.º 125 e 126 07-03-2017

- Correção do Aplica 2

Dando continuação à aula anterior, inicia-se a correção do Aplica.
Esta realiza-se no quadro sendo que são solicitados 5 alunos para executarem as tarefas e explicarem os seus raciocínios.

Possível correção:
1.
- 3 dL = 30 cL
- 25 kL = 2500 daL

● 0,03 daL = 3 dL
● 0,003 hL = 0,3 L
2. (C) 25 mL.

Dando continuidade ao PowerPoint apresentado na aula anterior, no diapositivo 5 procede-se ao relacionamento das unidades de medida de capacidade com as unidades de medida de volume. 10’

Diapositivo 5:

Correspondência entre unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade

Unidades de volume	Unidades de capacidade
1 dm^3	1 L

A saber:
Correspondência entre unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade:

Unidades de volume	Unidades de capacidade
1 dm^3	1 L

Posteriormente é distribuído pelos alunos a tabela apresentada para que estes colem no caderno diário. São projetados no quadro exercícios de aplicação onde os alunos copiam o enunciado para o caderno diário: 5’

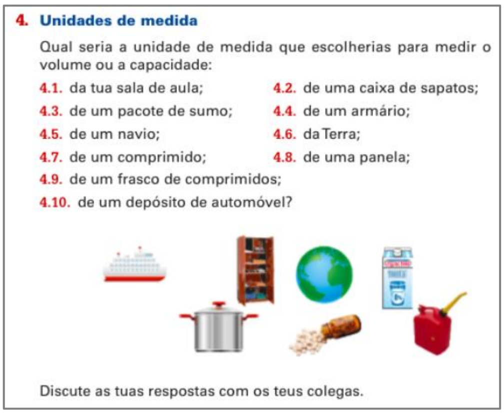
1. Expressa em litros:
1.1. 3000 cm^3
3.2. 3,6 dm^3
3.3 0,003 m^3

2. Expressa em centímetros cúbicos:
2.1. 10 L
2.2. 80 cL
2.3. 0,003 daL

Os alunos executam os exercícios e, posteriormente corrige-se no quadro. 10’
Possível correção:
1.
1.1. 3000 cm^3 = 3 L
3.2. 3,6 dm^3= 3,6 L
3.3 0,003 m^3= 3 L
2.
2.1. 10 L = 10 000 cm^3
2.2. 80 cL = 800 cm^3
2.3. 0,003 daL = 30 cm^3

- Contextualização
Os alunos são desafiados a visualizarem determinadas imagens e a atribuírem para cada uma delas a unidade de medida mais adequada para medir o volume ou a capacidade.
Desta forma projeta-se o PowerPoint, onde aparecem as imagens e onde os alunos completam a tarefa 4 da página 8 do manual. Em simultâneo gera-se uma discussão onde os alunos confrontam as suas ideias.

Página 8, tarefa 4:



4. Unidades de medida

Qual seria a unidade de medida que escolherias para medir o volume ou a capacidade:

4.1. da tua sala de aula;
4.2. de uma caixa de sapatos;
4.3. de um pacote de sumo;
4.4. de um armário;
4.5. de um navio;
4.6. da Terra;
4.7. de um comprimido;
4.8. de uma panela;
4.9. de um frasco de comprimidos;
4.10. de um depósito de automóvel?

Discute as tuas respostas com os teus colegas.

10’

* Questão:
  - “Qual seria a unidade de medida que escolheriam para medir o volume de uma sala de aula?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Metro cúbico”.
* Questão:
  - “Qual seria a unidade de medida que escolheriam para uma caixa de sapatos?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Centímetro cúbico”.
  - “Decímetro cúbico.”
* Questão:
  - “Caso fosse uma caixa para um par de sapatos?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Centímetro cúbico”.
* Questão:
  - “E uma caixa de arrumação de sapatos?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Decímetro cúbico.”
* Questão:
  - “E se for um pacote de sumo?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Depende da capacidade.”
* Questão:
  - “Se for deste tipo?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Litro”.
* Questão:
  - “E se for deste?”
* Possíveis respostas dos alunos:
  - “Decilitro”.
* Informação:
  - “E também podemos ter pacotes de sumo de centilitro e mililitro.”
* Questão:
  - “No caso de um armário que unidade de medida utilizavam?”
* Possíveis respostas dos alunos:

- “Metro cúbico”.

* Questão:

- “E no caso de um navio, aqui estão apresentadas várias medidas que um navio poderá ter. Para medirmos o volume que unidade de medida utilizavam?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Metro cúbico”.

* Questão:

- “Qual seria a unidade de medida que escolheriam para o Planeta Terra?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Quilómetro cúbico”.

* Questão:

- “E para um comprimido?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Milímetro cúbico”.

* Questão:

- “E para uma panela, dependendo da sua capacidade, pode ter diferentes unidades de capacidade. Por exemplo esta, qual será a unidade?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Litro”.

* Questão:

- “E esta?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Decilitro”.

* Questão:

- “E esta?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Centilitro”.

* Questão:

- “E por fim esta?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Mililitro”.

* Questão:

- “E para um frasco de comprimidos?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Centímetro cúbico”.

* Questão:

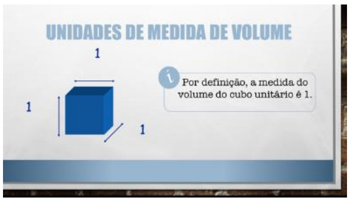
- “Qual seria a unidade de medida que escolheriam um depósito de um carro?”

* Possíveis respostas dos alunos:

- “Litro.”

- Unidade de medida de volume

Os alunos são desafiados a imaginar um cubo com uma unidade de comprimento de aresta. Para tal projeta-se no quadro o diapositivo 2 do PowerPoint:



<table>
<tr>
<td>

No segundo diapositivo está representado um paralelepípedo com volume desconhecido. Metade desse paralelepípedo está dividido em 12 cubinhos (4 x 3 = 12 cubinhos).

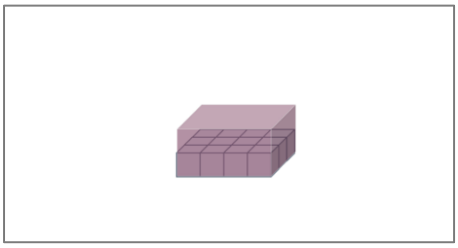
* <u>Questão:</u>

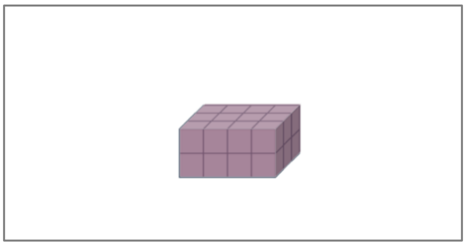
  - "Quantos cubos unitários temos representados na base deste paralelepípedo?"

* <u>Possíveis respostas dos alunos:</u>

  - "12".

<u>Diapositivo 3:</u>





* <u>Questão:</u>

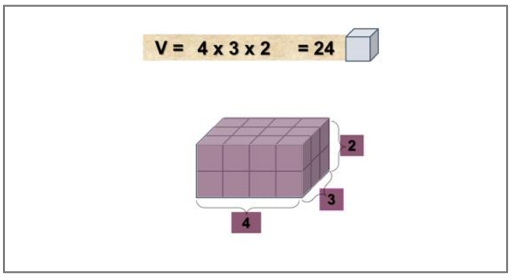
  - "Então qual será a medida do volume deste sólido geométrico?"

* <u>Possíveis respostas dos alunos:</u>

  - "4 x 3 x 2=24 cubinhos".

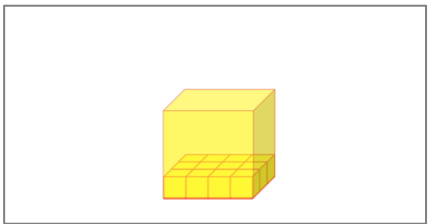
Projeta-se a ultima parte do diapositivo 3 onde se confirma a resposta dada pelos alunos.

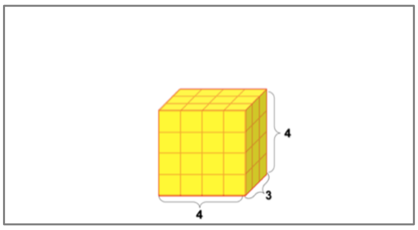
<u>Diapositivo 3:</u>



No quarto diapositivo está representado um paralelepípedo com volume desconhecido. Metade desse paralelepípedo está dividido igualmente em 12 cubinhos (4 x 3 = 12 cubinhos).

<u>Diapositivo 4:</u>





* <u>Questão:</u>

  - "Qual será o volume total deste paralelepípedo?"

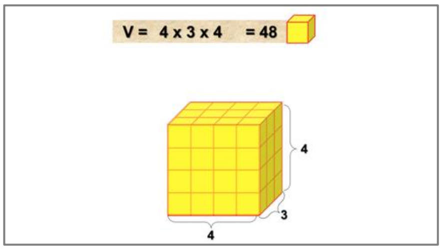
* <u>Possíveis respostas dos alunos:</u>

  - "4 x 3 x 4=48 cubinhos".

Projeta-se a ultima parte do diapositivo 4 onde se confirma a resposta dada pelos alunos.

</td>
<td>10'</td>
</tr>
</table>

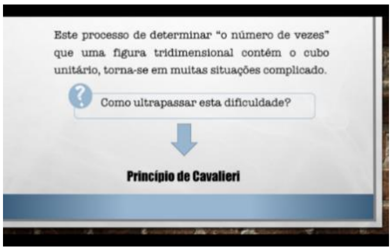
Diapositivo 4:



- Princípio de Cavalieri

No diapositivo 5 é identificada a dificuldade em calcular volumes através do cubo unitário sendo apresentado o Princípio de Cavalieri.

Diapositivo 5:



De seguida projeta-se o diapositivo 6 com uma breve nota histórica sobre Francesco Bonaventura Cavalieri.

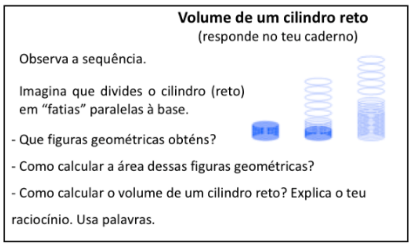
10’

Diapositivo 6:

É distribuída pelos alunos a ficha “volume de um cilindro reto” à qual respondem individualmente no caderno.

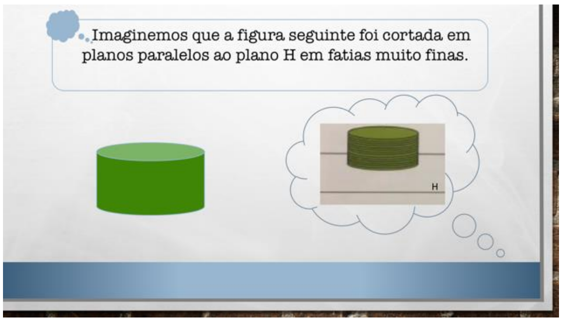
Como forma de verificação das respostas dos alunos, projetam-se os diapositivos 7 a 11.

- Ficha “Volume de um cilindro reto”



- Volume do cilindro reto

É projetado o diapositivo 7 onde os alunos são desafiados a imaginar um cilindro “dividido em fatias muito finas”.



Informação:

“Por muito finas que sejam essas fatias, vão ter sempre alguma altura, vamos considerar que essa altura não existe”.

* Questão:

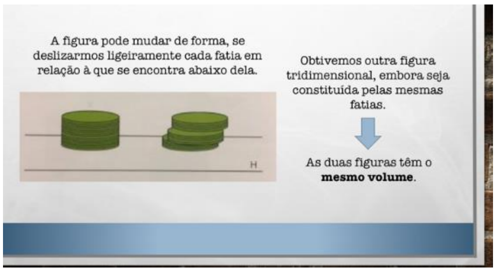
  - “O que podemos dizer sobre o volume das figuras formadas?”

10’

* Possíveis respostas dos alunos:

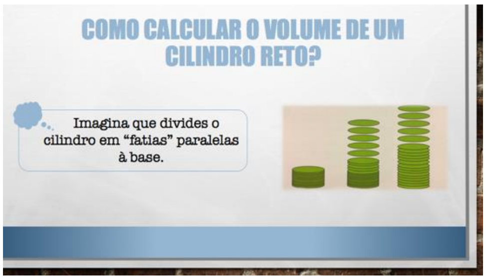
  - “São iguais”.

É projetado o diapositivo 8 como forma de comprovar o que foi dito.

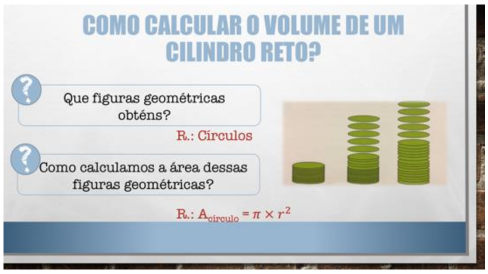


Nos diapositivos 9 e 10 os alunos são questionados como calcular o volume de um cilindro reto e desafiados a imaginarem a divisão de um cilindro em fatias paralelas à base.

Diapositivo 9 :

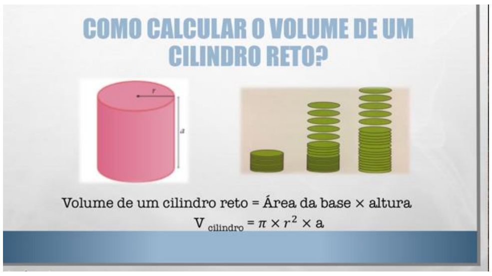


Diapositivo 10:



No diapositivo 11 é apresentada a fórmula para calcular o volume do cilindro reto.

Diapositivo 11:



* Questão:

  - “Acabamos de utilizar o principio de Cavalieri. O que podemos concluir acerca deste princípio?”

* Possíveis respostas dos alunos:

  - “Que para calcular o volume podemos recorrer ao cálculo da área da base”.

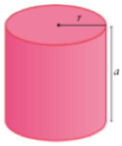
Projeta-se o diapositivo 12 onde se confirma a resposta dada pelos alunos.

É distribuída a ficha informativa relativa ao cálculo do volume do cilindro reto e procede-se à sua leitura.

Ficha informativa:

Fórmula do volume de um cilindro reto

A medida do **volume de um cilindro reto** (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.



$V_{\text{cilindro reto}} = A_{\text{base}} \times a$

$V_{\text{cilindro reto}} = \pi \times r^2 \times a$

a – medida da altura
r – medida do raio da base

- Exercícios de aplicação

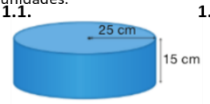
É distribuída pelos alunos a ficha “Aplica... Volume do cilindro reto”. Os alunos executam o aplica sendo este corrigido assim que todos tenham acabado.

Aplica:

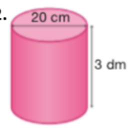
Aplica... Volume do cilindro reto

1. Calcula, em centímetros cúbicos, o volume dos cilindros seguintes (usa 3,1416 como valor aproximado de π).
Apresenta os resultados arredondados às unidades.

1.1.



1.2.



2. Determina, usando 3,1416 como valor aproximado de π), o volume do cilindro com:

2.1 78,5 cm^2 de área da base e 8 cm de altura;

2.2. 12 dm de altura e 10 dm de diâmetro;

2.3. 20 dm de altura e 15 cm de raio;

A correção do Aplica realiza-se no quadro sendo que são solicitados 5 alunos para executarem as tarefas no quadro e explicarem os seus raciocínios. 15’

Possível correção:

1.1.

Dados do problema:

Raio = 25 cm

Altura = 15 cm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:

Volume do cilindro arredondado às unidades

Fórmulas a usar:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$A_{base} = \pi \times 25 \times 25$

$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 25 \times 25$

$A_{base} \approx 1963{,}5\ cm^2$

$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

$V_{cilindro} \approx 1963{,}5 \times 15$

$V_{cilindro} \approx 29452{,}5\ cm^3$

$V_{cilindro} \approx 29453\ cm^3$

1.2.

Dados da tarefa:

Diâmetro = 20 cm

Altura = 3 dm

$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:
O volume do cilindro arredondado às unidades

Fórmulas a usar:
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:
$3dm = 30cm$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times 10 \times 10$
$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 10 \times 10$
$A_{base} \approx 314{,}16\ cm^2$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$V_{cilindro} \approx 314{,}16 \times 30$
$V_{cilindro} \approx 9424{,}8\ cm^3$
$V_{cilindro} \approx 9425\ cm^3$

2.1.
Dados do problema:
Área da base = 75 cm^2
Altura = 8 cm
$\pi \approx 3{,}1416$
O que é pedido:
O volume do cilindro

Fórmula a usar:
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$

Possível resolução:
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$V_{cilindro} = 78{,}5 \times 8$
$V_{cilindro} = 628\ cm^3$

2.2.
Dados do problema:
Diâmetro = 10 dm
Altura = 12 dm
$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:
O volume do cilindro

Fórmulas a usar:
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:
$r = 10 \div 2 = 5$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times 5 \times 5$
$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 25$
$A_{base} \approx 78{,}54\ dm^2$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$V_{cilindro} \approx 78{,}54 \times 12$
$V_{cilindro} \approx 942{,}48\ dm^3$

2.3.
Dados do problema:
Raio = 35 cm
Altura = 20 dm
$\pi \approx 3{,}1416$

O que é pedido:
O volume do cilindro

Fórmulas a usar:
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times r \times r$

Possível resolução:
$20\ dm = 200\ cm$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$A_{base} = \pi \times 15 \times 15$
$A_{base} \approx 3{,}1416 \times 225$
$A_{base} \approx 706{,}86\ cm^2$
$V_{cilindro} = A_{base} \times a$
$V_{cilindro} \approx 706{,}86 \times 200$
$V_{cilindro} \approx 141372\ cm^3$

Bibliografia

- Neves, M. & Faria, L. (2016). *Matemática*. Porto: Porto Editora.
- Rosa, A., Neves, L. & Vaz, N. (2016). *Matemática seis.* Lisboa: Raiz Editora.
- Sequeira, A., Andrade, A., Almeida, C. & Beja, E. (2016). *Olá, Matemática!*. Porto: Porto Editora.

Anexo III – Teste de Avaliação

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE AVEIRO – 160933
Escola Básica João Afonso de Aveiro
ANO LETIVO **2016 / 2017**

TESTE DE AVALIAÇÃO

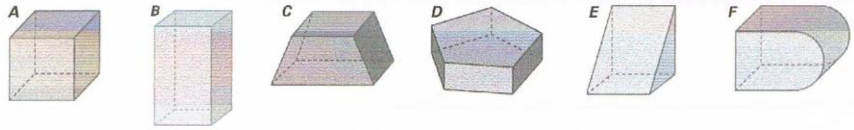
Matemática – 6 º Ano

Turma: ____ **Nº** ____ **Data :** 20 / 03 / ___ **Classificação/Apreciação** ____________
Nome ______________________ **Professora** ____________ **E. Educação**

Presta atenção: O teste está dividido em duas partes (Parte 1 e Parte 2).
Só podes utilizar a calculadora na segunda parte do teste (Parte2).
As questões respondidas a lápis não serão classificadas. Não é permitida a utilização de corretor.

Parte I

1. Observa os sólidos seguintes.



Identifica, pelas letras correspondentes, os que são **prismas.** ______________________

2. Em cada alínea assinala com X a opção correta.

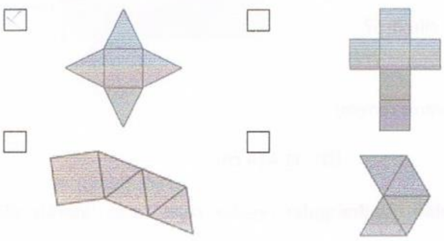
a) As faces laterais de um **prisma reto** são:

☐ Paralelas às bases.
☐ Círculos.
☐ Oblíquas às bases.
☐ Perpendiculares às bases.

b) O **número de arestas** de um **prisma** cuja base é **um eneágono** (polígono com 9 lados) é:

☐ 9
☐ 17
☐ 27
☐ 36

c) Qual das seguintes planificações pode ser a planificação da superfície de uma **pirâmide**?



d) Uma pirâmide tem *n* lados **na sua base**. A expressão que representa o **número de vértices** desta **pirâmide** é:

☐ $2 \times n$
☐ $n + 1$
☐ $3 \times n$
☐ $n + 2$

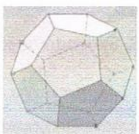
3. Como se designa **o polígono da base** de:

3.1. uma **pirâmide** com **9 vértices**; ______________________

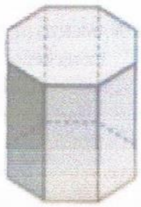
3.2. um **prisma** com **8 faces**? ______________________

4. Na figura está representado um **dodecaedro**.
O dodecaedro é um poliedro convexo com **12 faces** e **20 arestas**.

Recorre à **relação de Euler** e determina o **número de vértices** do dodecaedro.



5. Considera **o prisma octogonal regular** representado ao lado.



5.1. Indica o número de arestas. ______________________________

5.2. Sabe-se que:

- a altura do prisma é 10 cm;
- o lado do polígono da base é $\frac{3}{5}$ da altura do prisma.

Calcula:

a) a medida (em cm) do **lado do polígono da base**.

R: ____

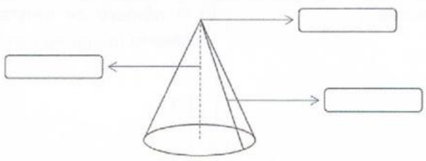
b) o comprimento **total das arestas deste prisma** (*arestas das duas bases e arestas laterais*).

R: ____

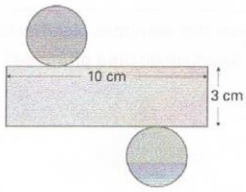
6. A figura representa um **cone reto**.

Legenda a figura, usando **três** dos termos seguintes.

apótema, aresta, vértice, geratriz, altura



7. A figura representa a planificação da superfície de um **cilindro reto**.



7.1. Qual é a medida da **altura** do cilindro? ____________________________

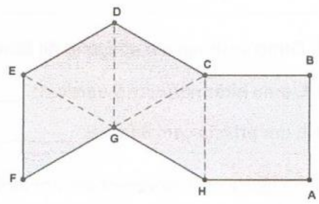
7.2. Qual é a **área,** em centímetros quadrados**, da superfície lateral** do cilindro?

____

7.3. O **perímetro da base** do cilindro é: *(assinala com X a opção que consideras correta)*

(A) 3 cm **(B)** 10 cm **(C)** 9,4248 cm **(D)** 31,416 cm

8. A figura representa a planificação da superfície de uma **pirâmide quadrangular** regular cujas faces laterais são **triângulos equiláteros**.



8.1. Quantas arestas tem a pirâmide?__________________________________

8.2. Existe algum **prisma** com o mesmo **número de arestas da pirâmide**? ______
Justifica a tua resposta.

8.3. Sabendo que $\overline{AB} = 3,5cm$, calcula o **perímetro da planificação.**

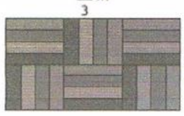
R: ____

8.4. Assinala com uma cruz (X) a opção que corresponde à **amplitude do ângulo** ***AHG***.

☐ 135° ☐ 150° ☐ 120° ☐ 180°

9. A figura representa o chão retangular do quarto de arrumos da casa do Pedro.

Assinala com **X** **<u>todas</u> as expressões que representam a área**, em metros quadrados, do chão do quarto de arrumos da casa do Pedro.



☐ $\frac{10^3}{81}m^2$ ☐ $\frac{100}{81}m^2$

☐ $\frac{10^2}{3^4}m^2$ ☐ $\frac{100}{3^3}m^2$

10. A Maria Inês decompôs em fatores primos os números **60** e **140**.

60 = 2 x 2 x 3 x 5 **140= 2 x 2 x 5 x7**

Determina:

a) m.d.c (60,140)

b) m.m.c (60,140)

11. Calcula o valor numérico da expressão seguinte. Apresenta o resultado na forma de **fração irredutível**.

$3\times\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{4}=$

12. Observa o conjunto de dados **9, 6, 2, 6, 3, 4** .

12.1. Completa a tabela seguinte (*apresenta os cálculos*):

Moda	Amplitude	Média

12.2. Assinala com **V** (verdadeiro) ou **F** (falso) cada uma das afirmações seguintes.

a) A moda é igual à média ___________

b) A amplitude é superior à média. _______________

c) Se adicionarmos 2 a cada dado, a média aumenta 2. ___________

d) Se retirarmos o número 4, a amplitude e a moda diminuem. _______________

13. Ao comparar os resultados de uma prova global, três colegas disseram o seguinte:

Inês – Acertei 70 em 100.

Pedro – Acertei 30 em 50.

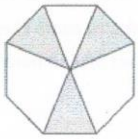
Diogo – Acertei 20 em 25.

Qual dos três meninos obteve o melhor resultado na prova? ______________ Mostra como pensaste.

Parte II

Nome: ____ **nº**____ **Turma:**____ ____/ ____/ 2017

14. A figura representa um **octógono regular** com **16 cm de perímetro** e aproximadamente **2,4 cm de apótema**.
Determina a **área da parte colorida**.



R: ____________________________________

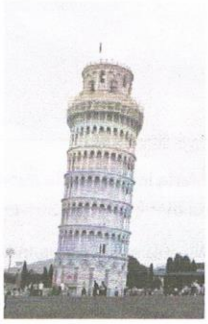
15. O edifício da imagem abaixo chama-se "Torre de Pisa" e é um campanário da catedral da cidade italiana de Pisa.

15.1. Que sólido geométrico te sugere a torre? ______________________________

15.2. A "Torre de Pisa" representa um sólido reto? __________ **Justifica** a tua resposta.

____

____



15.3. O presidente da câmara de Pisa, para as festas da cidade, pretende "embrulhar" o primeiro, segundo e terceiro andares com tecido vermelho.
As tiras de tecido terão as mesmas dimensões em cada andar. Para isso o arquiteto fez a planificação de uma tira de tecido como mostra a figura seguinte.

Sabe-se que cada tira de tecido tem **7 metros de largura** e a "Torre de Pisa" tem, aproximadamente, **15,48 metros de diâmetro.**

Determina a área de tecido necessária para embrulhar os três pisos da Torre.

Apresenta o resultado com **aproximação por excesso às décimas**.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

(Usa 3,1416 como valor aproximado de π)

R: ____________________________________

16. Num **paralelepípedo retângulo** de madeira fez-se, ao centro, **um furo cilíndrico com a mesma altura do paralelepípedo** e obteve-se a peça representada na figura ao lado.

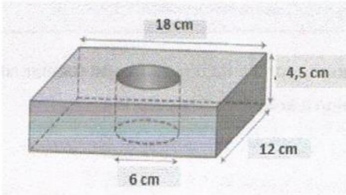
Determina o **volume, em centímetros cúbicos**, da peça de madeira.

Apresenta o resultado **arredondado** às **unidades.**

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Usa 3,1416 para valor aproximado de π)



R: ____

17. A Maria Inês e a Júlia queriam comprar uns sapatos iguais. Cada par de sapatos **custava 54,50 euros.**

A Maria Inês esperou pelas promoções e **comprou os sapatos** por 32,70 euros.

17.1. Mostra que a Maria Inês comprou os sapatos com **40% de desconto**.

17.2. Uma semana depois de a Maria Inês ter comprado os sapatos, o preço dos sapatos **desceu 10% relativamente ao preço que a Maria Inês pagou.** A Júlia comprou os sapatos nessa altura.

A Maria Inês diz que a Júlia comprou os sapatos por **metade do preço inicial**.

Será que a **Maria Inês tem razão**? ___________________________Justifica a tua resposta.

Questão	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.
Cotação	4	6	4	5	8	3	6	7	6	6	5	8	7	4	7	8	6

Anexo IV – Plano da Aula 12

	Escola Básica João Afonso de Aveiro
Professora Cooperante: Luísa Pinheiro	**Professora Supervisora:** Teresa Neto
Professora Estagiária: Ana Gonçalves	**Datas:** 21de março de 2017

PLANO DE AULA	
Disciplina: Matemática	**Turma:** 6.º H
Domínio: Geometria e Medida	**Subdomínio:** Sólidos Geométricos e Medida
Objetivos Gerais: **7.** Medir volumes de sólidos	
Descritores: **7.3.** Reconhecer que o volume de um prisma triangular reto é igual a metade do volume de um paralelepípedo retângulo com a mesma altura e de base equivalente a um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais às bases do prisma. **7.4.** Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura. **7.5.** Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, considerando uma decomposição em prismas triangulares. **8.1.** Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.	
Materiais/Recursos: - Computador; - Projetor; - Manual escolar; - Quadro; - Caderno diário; - Material de escrita; - PowerPoint; - Fichas "Verifica"; - Fichas "Aplica" ; - Ficha informativa.	**Lição n.º:** 137 e 138 **Sumário:** Volume do prisma triangular reto. Volume de um prisma reto. Dedução das fórmulas da medida de volume de um prisma triangular reto e de um prisma reto. Cálculo do volume de prismas.
Avaliação das aprendizagens: Interesse e participação dos alunos nas atividades propostas pela professora.	**Trabalho de casa:** Recorda

Desenvolvimento da Aula	Duração

Aula 21-03-2017

- Registo do número e data das lições — 5’

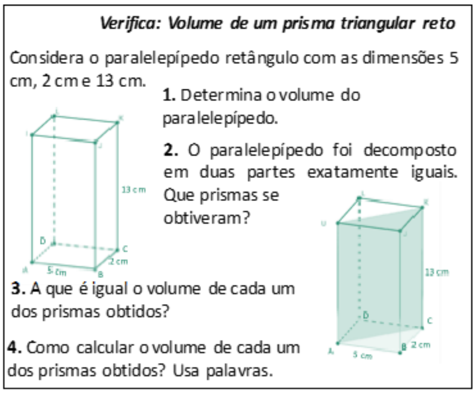
Após os alunos entrarem na sala, sentam-se nos respetivos lugares e retiram o material necessário de forma a registarem o número e data das lições do dia.

Lições n.º 137 e 138 21-03-2017

- Contextualização — 10’

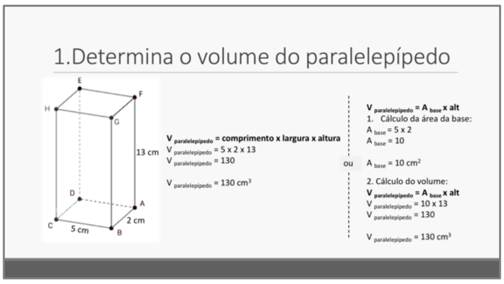
Informação: “Lembram-se de, na aula de quinta feira, com a professora Rita terem relembrado como se calculava o volume de alguns sólidos geométricos como o paralelepípedo e o cilindro? Chegámos à conclusão que o volume desses sólidos geométricos que tinham sido apresentados era o produto da área da base pela altura. Hoje vamos verificar como calculamos o volume de prismas retos, como é o caso do prisma triangular.”

É distribuída pelos alunos a ficha “Verifica: volume de um prisma triangular reto” onde estes leem e respondem no caderno diário tendo 10 minutos para o fazer.



Posteriormente inicia-se a projeção do PowerPoint onde os alunos verificam as respostas dadas no “Verifica”. Desta forma procede-se à correção das questões apresentadas iniciando-se pelo cálculo do volume do paralelepípedo apresentado.

Diapositivo 2:



- Volume de um prisma triangular reto — 10’

* Questão:

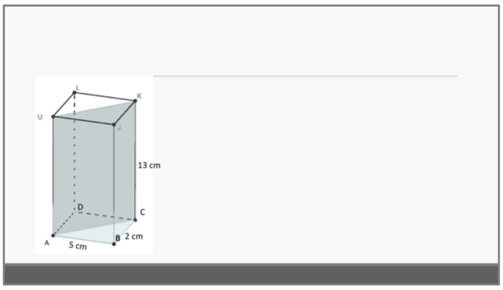
  - “Vamos decompor o paralelepípedo em duas partes exatamente iguais. O que obtemos?”

* Resposta esperada:

  - “Dois prismas triangulares.”

Projeta-se a primeira parte do diapositivo 2 como forma de comprovar a resposta dos alunos.

Diapositivo 3:



* Questão:

  - “A que é igual o volume de cada um dos prismas triangulares em relação ao volume do paralelepípedo?”

* Resposta esperada:

  - “É metade do volume do paralelepípedo. Logo 130 cm^3 : 2 = 65 cm^3”

* Questão:

  - “Há aqui uma exatamente igual quer no paralelepípedo quer no prisma triangular. Qual é essa?”

* Resposta esperada:

  - “A altura.”

* Questão:

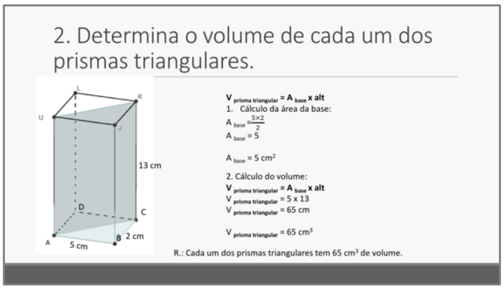
  - “Que outra estratégia utilizariam para calcular o volume de um prisma triangular?”

* Resposta esperada:

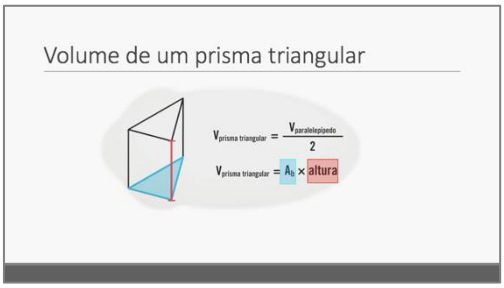
  - “Determinávamos o produto da medida da área da base pela medida da sua altura.”

Os alunos após terem sido desafiados a explicar como efetuariam o cálculo do volume do prisma triangular, confrontam com a correção projetada no quadro.

Diapositivo 3:

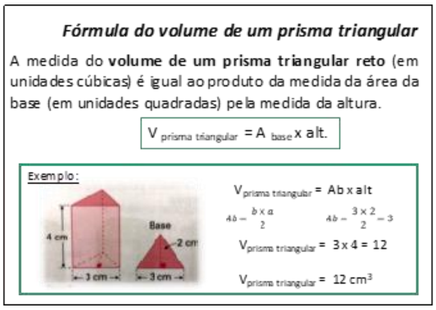


Como forma de conclusão é projetado o diapositivo 4.



Distribui-se pelos alunos a ficha informativa acerca do volume de um prisma triangular.

5’



Fórmula do volume de um prisma triangular

A medida do **volume de um prisma triangular reto** (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.

$V_{\text{prisma triangular}} = A_{\text{base}} \times \text{alt.}$

Exemplo:

$V_{\text{prisma triangular}} = Ab \times alt$

$Ab = \frac{b \times a}{2}$ $\quad Ab = \frac{3 \times 2}{2} = 3$

$V_{\text{prisma triangular}} = 3 \times 4 = 12$

$V_{\text{prisma triangular}} = 12\ cm^3$

Um aluno é solicitado para ler a informação referente ao volume de um prisma triangular.

- Volume de um prisma reto

- Questão:

- “Agora imagina que, em vez de um prisma triangular, tinhamos um prisma hexagonal como o que apresento no diapositivo. Como é que iriamos calcular o volume deste prisma? 15’

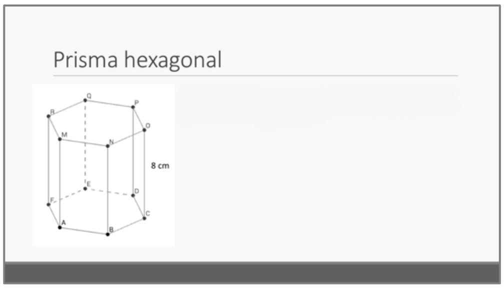
- Resposta esperada:

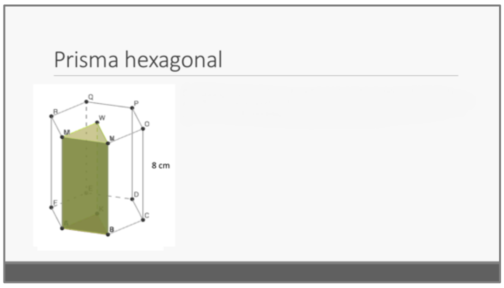
- “Determinávamos o produto da medida da área da base pela medida da sua altura.”

-“Decompomos o prisma hexagonal em prismas triangulares e calculamos o sêxtuplo do volume de um prisma triangular.”

Caso os alunos não coloquem a hipótese da decomposição do prisma hexagonal em prisma triangulares, são orientados para o diapositivo 3.

Diapositivo 3:





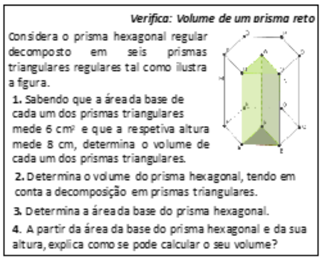
- Questão:

- “Observem o que foi feito neste prisma hexagonal. Agora imagem que o vamos decompor em vários prismas triangulares como o que observam. Em quantos prismas triangulares vão ter de decompor o prisma hexagonal?”

- Resposta esperada:

- “Em seis.”

É distribuída pelos alunos a ficha “Verifica: volume de um prisma reto” onde estes leem e respondem no caderno diário tendo 10 minutos para o fazer.



Verifica: Volume de um prisma reto

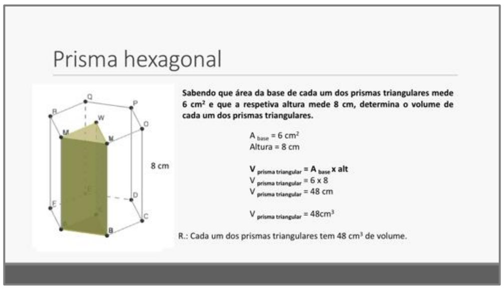
Considera o prisma hexagonal regular decomposto em seis prismas triangulares regulares tal como ilustra a figura.

1. Sabendo que a área da base de cada um dos prismas triangulares mede 6 cm^2 e que a respetiva altura mede 8 cm, determina o volume de cada um dos prismas triangulares.
2. Determina o volume do prisma hexagonal, tendo em conta a decomposição em prismas triangulares.
3. Determina a área da base do prisma hexagonal.
4. A partir da área da base do prisma hexagonal e da sua altura, explica como se pode calcular o seu volume?

Posteriormente, prossegue-se com a projeção do PowerPoint onde os alunos verificam as respostas dadas no “Verifica: Volume de um prisma reto”. Desta forma procede-se à correção e discussão das questões apresentadas iniciando-se pelo cálculo do volume dos prismas triangulares sendo projetado o diapositivo 5.

- <u>Questão:</u>
  - “Qual é a área da base do prisma triangular?”
- <u>Resposta esperada:</u>
  - “A área é 6 cm^2.”
- <u>Questão:</u>
  - “Qual é a altura do prisma triangular?”
- <u>Resposta esperada:</u>
  - “A altura é 8 cm.”

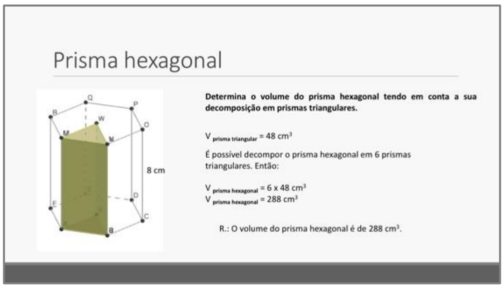
<u>Diapositivo 5:</u>



10’

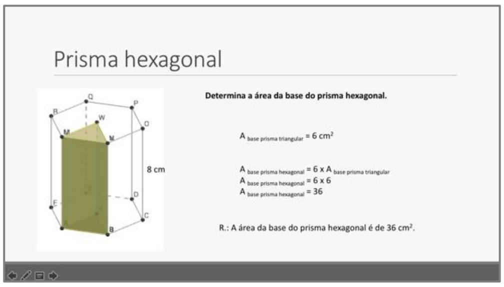
Projeta-se o diapositivo 6 onde se apresentam os cálculos para determinar o volume do prisma hexagonal tendo em consideração a decomposição em prismas triangulares.

<u>Diapositivo 6:</u>



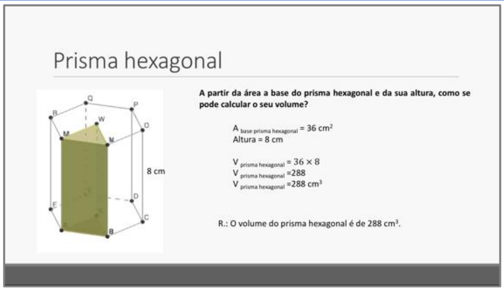
No diapositivo 7 encontra-se a correção da questão 3, sendo esta projetada e explicada.

<u>Diapositivo 7:</u>



Procede-se à correção da questão 4 sendo esta projetada a partir do diapositivo 8.

<u>Diapositivo 8:</u>



* <u>Questão:</u>
  - "Qual foi resultado do volume do prisma hexagonal quando calcularam através da decomposição em prismas triangulares?"
* <u>Resposta esperada:</u>
  - "Foi 288 cm^3."
* <u>Questão:</u>
  - "E qual o volume do prisma hexagonal quando calculamos a partir do produto o produto da medida da área da base pela medida da sua altura?"
* <u>Resposta esperada:</u>
  - "Foi igual, 288 cm^3."

Os alunos são assim alertados para o facto de ser possível calcular a medida de volume de um prisma reto através do o produto da medida da área da base pela medida da sua altura ou através da decomposição desse mesmo prisma em prismas triangulares equivalentes.

Como forma de conclusão é projetado o diapositivo 9.

<u>Diapositivo 9:</u>

Distribui-se pelos alunos a ficha informativa acerca do volume de um prisma reto.

Fórmula do volume de um prisma reto

A medida do **volume de um prisma reto** (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.

$$V_{\text{prisma reto}} = A_{\text{base}} \times \text{alt.}$$

Uma outra forma de calcular o volume de um prisma reto é através da decomposição em prismas triangulares.

Um aluno é solicitado para ler a informação referente a ao volume de um prisma reto.

- Exercícios de aplicação

- Aplica 1

É distribuída pelos alunos a ficha "Aplica 1" à qual respondem individualmente no caderno.

5'

Aplica 1

A Joana comprou uma caixa para guardar bolachas com a forma de um prisma octogonal regular, dividida em oito prismas triangulares para que pudesse fazer a separação de diferentes tipos de bolachas.

Sabendo que cada parte da caixa, isto é, cada prisma triangular que o compõe tem de área de base 5 cm^2 e de altura 30 cm, determina o volume do primas octogonal, tendo em conta a sua decomposição em prismas triangulares.

A correção é feita no quadro por um aluno escolhido previamente.

<u>Proposta de correção:</u> 15’

$Vcaixa = 8\ \times Vprisma\ triangular$

$Vprisma\ triangular = Ab \times alt$

$Vprisma\ triangular = 5 \times 30 = 150$

$Vprisma\ triangular = \ 150\ cm^3$

$Vcaixa = 8\ \times 150 = 1200$

$Vcaixa = 1200\ cm^3$

R: A caixa tem 1200 cm^3 de volume.

- Aplica 2

É distribuída pelos alunos a ficha “Aplica 2” à qual respondem individualmente no caderno.

Aplica 2

A piscina da Maria tem a forma de um prisma hexagonal regular com 1,2 m de altura. A Joana observou que um dos lados da base da piscina mede 2 m e que o apótema da base da piscina mede, aproximadamente, 1,4 m.

Calcula, em litros, a capacidade da piscina.

Assim que a maioria dos alunos tiver terminado inicia-se a correção no quadro.

<u>Proposta de correção:</u>

$Vpiscina = Ab\ \times alt$ 15’

$$Ab = \frac{P \times apot}{2}$$

$$Ab = \frac{(2 \times 6) \times 1{,}4}{2}$$

$Ab = 8{,}4\ m^2$

$Vpiscina = 8{,}4\ \times 1{,}2 = 10{,}08$

$Vpiscina = 10{,}08\ m^3$

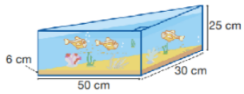
$10{,}08\ m^3 = 10080\ dm^3 = 10080\ l$

R: A piscina tem 10080 l de capacidade.

É distribuída pelos alunos a ficha “Recorda” para que possam realizar em casa.
Recorda:

Recorda

Observa as dimensões do novo aquário do Roberto.



1. O Roberto decidiu colocar uma camada de areia de 6 cm de espessura no fundo do aquário. Que quantidade de areia, em centímetros cúbicos, deverá o Roberto comprar?

2. Determina, em centímetros cúbicos, o volume do aquário e a respetiva capacidade em litros.

Proposta de correção (a realizar na aula seguinte):

1.

$Vareia = Ab \times alt$

$Ab = \frac{b \times a}{2} = \frac{50 \times 30}{2} = 750$

$Vareia = 750 \times 6 = 4500$

$Vareia = 4500\ cm^3$

R: A quantidade de areia que o Roberto deverá comprar é 4500 cm^3.

2.

$Vaquário\ total = Ab \times alt$

$Ab = 750$

$Vaquário = 750 \times 25 = 18750$

$Vaquário = 18750\ cm^3$

$Vágua = 18750 - 4500 = 14250$

$Vágua = 14250\ cm^3$

$14250\ cm^3 = 14{,}250\ dm^3 = 14{,}250\ l$

R: O aquário tem de volume 14250 cm^3 e 14,250 l de capacidade.

Bibliografia

- Neves, M. & Faria, L. (2016). *Matemática*. Porto: Porto Editora.
- Rosa, A., Neves, L. & Vaz, N. (2016). *Matemática seis.* Lisboa: Raiz Editora.
- Sequeira, A., Andrade, A., Almeida, C. & Beja, E. (2016). *Olá, Matemática!*. Porto: Porto Editora.

Anexo V – Enunciado do Questionário Implementado no Âmbito do Projeto EduPARK aos Participantes da Academia de Verão

Questionário da atividade "Vem jogar com a aplicação para telemóvel do Projeto EduPARK e explora o Parque da cidade”

Este questionário pretende recolher dados sobre o que achaste acerca da aplicação do EduPARK, assim como ajudar-nos a melhorá-la. O questionário é anónimo.

Gratos pela colaboração!

Parte 1 - O meu perfil

1. Escola ____
2. Ano de escolaridade: ________º ano
3. Nome da equipa:_________________
4. Idade: _______ anos
5. Género: ☐ Feminino ☐ Masculino
6. Tens telemóvel? ☐ Sim ☐ Não (se escolheres “Não” passa para a questão 10)
7. É um smartphone? ☐ Sim ☐ Não ☐ Não sei
8. Em média quanto tempo usas o telemóvel por dia? (seleciona apenas <u>uma</u> opção)
   ☐ menos de 15 minutos
   ☐ entre 15 e 29 minutos
   ☐ entre 30 e 59 minutos
   ☐ entre 1 hora e 2 horas
   ☐ mais de 2 horas
9. Normalmente para que usas o telemóvel? (seleciona <u>todas</u> as opções que se aplicam)
   ☐ fazer/receber chamadas
   ☐ enviar/receber mensagens
   ☐ usar redes sociais (FaceBook, snapchat, …)
   ☐ ver vídeos
   ☐ fazer vídeos
   ☐ ouvir música/rádio
   ☐ jogar
   ☐ pesquisar na internet
   ☐ outros. O quê? ________________________________
10. Gostas de jogar videojogos? ☐ Sim ☐ Não ☐ Depende do jogo
    (se escolheres “Não” passa para a parte 2 do questionário)
11. Que tipos de jogos gostas de jogar? (seleciona <u>todas</u> as opções que se aplicam)
    ☐ ação/aventura (ex. Sonic)
    ☐ corridas (ex. Race cars)
    ☐ desportos (ex. futebol)
    ☐ simulações (ex. The Sims)
    ☐ estratégia (ex. Civilization)
    ☐ educativos (ex. A Máquina do Tempo de Mário)
    ☐ outro(s). Dá exemplo(s) ________________________________
12. Nos videojogos gostas de ver … (seleciona <u>todas</u> as opções que se aplicam)
    ☐ que podes ganhar/colecionar emblemas
    ☐ que podes chegar a níveis cada vez mais elevados
    ☐ uma lista dos jogadores com maior pontuação
    ☐ barras de progresso
    ☐ a tua pontuação
    ☐ outros. O quê? ________________________________

Parte 2 - O que achei da aplicação do EduPARK ?

<u>Instruções de preenchimento</u>: lê com atenção cada frase e coloca um X na opção que melhor descreve a tua opinião.

	Discordo totalmente				Concordo totalmente
1. Gostaria de utilizar esta aplicação mais vezes.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
2. A aplicação é mais difícil de usar do que deveria.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
3. A aplicação foi fácil de usar.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
4. Preciso da ajuda de um técnico para conseguir usar esta aplicação.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
5. As várias funções desta aplicação estavam bem feitas.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
6. Esta aplicação tinha muitas falhas.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
7. A maioria das pessoas aprenderia a usar rapidamente esta aplicação.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
8. A aplicação foi muito complicada de usar.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
9. Senti-me muito confiante a usar esta aplicação.					
	1	2	3	4	5
	Discordo totalmente				Concordo totalmente
10. Tive de aprender muito para conseguir usar esta aplicação.					

Parte 3 – Comentários e sugestões de melhoria da aplicação EduPARK:

Parte 4 – Apreciação geral desta Atividade da Academia de Verão:

Instruções de preenchimento: seleciona com um X um valor de 1 a 5, em que 1 é muito desinteressante e 5 é muito interessante.

Muito desinteressante				Muito Interessante
1	2	3	4	5

Parte 5 – O que achei da Matemática na aplicação EduPARK?

	Discordo totalmente 1	2	3	4	Concordo totalmente 5
1. Gostaria de utilizar este tipo de aplicações na aula de Matemática.					
2. Senti que a aplicação tinha atividades de matemática relacionadas com o dia a dia.					
3. O meu gosto pela Matemática aumentou com esta aplicação.					
4. Debati com os meus colegas as minhas ideias de resolução/resposta.					
5. Aprender em ambientes ao ar livre desperta o meu interesse para a Matemática.					

Este trabalho é financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização - COMPETE 2020 e por Fundos Nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto POCI-01-0145-FEDER-016542.

universidade de aveiro | FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR | Cofinanciado por: COMPETE 2020 | PORTUGAL 2020 | UNIÃO EUROPEIA Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional

Anexo VI - Transcrição do *Focus Group* após Atividades do Projeto EduPARK (Sala de Aula)

Monitor – "Em relação aos problemas relacionados com o Torreão/Depósito de Água, gostaria de saber se ao realizarem estes problemas se sentiram mais confiantes? E porquê?"

Aluno 1 – "Sim, mas eu tive dificuldade em resolver o segundo problema, aquele dos gráficos."
Aluno 2 – "Sim, porque usámos a matemática no parque da nossa cidade."
Aluno 3 – "Sim, eram problemas fáceis sobre o Parque da Macaca."
Aluno 4 – "Não me senti confiante, mas também não me senti inseguro. Eu resolvi os dois problemas, mas um deles era difícil."

Monitor – "Que dificuldades sentiram?"
Aluno 4 – "Eu não percebi muito bem o problema dois."
Monitor – "O que fizeste para tentar perceber?"
Aluno 4 – "Li várias vezes, mas eu acho que mesmo assim coloquei a opção errada."
Monitor – "Tiveram mais alguma dificuldade?"
Aluno 5 – "Eu também tive dificuldades nesse, mas depois de ler muitas vezes percebi."
Aluno 6 – "Eu não tive dificuldades. Era só ver quais os sólidos do Torreão e depois ver qual o gráfico que representava proporcionalidade direta."

Monitor – "Se tivessem de avaliar, de 1 a 5, o nível de dificuldade que sentiram na resolução deste problema o que atribuiriam? Sabendo que 1 é muito difícil e 5 é muito fácil."
Aluno 9 – "Três."
Aluno 4 – "Dois."
Aluno 3 – "Cinco."
Aluno 1 – "Três."
Aluno 2 – "Quatro."
Aluno 5 – "Três."
Aluno 7 – "Três."
Aluno 8 – "Quatro."
Aluno 6 – "Cinco."
Aluno 10 - "Dois."

Monitor – "Estes problemas ligados ao vosso dia a dia, nomeadamente, ao parque da cidade, despertam o vosso interesse para a Matemática?"
Aluno 6 – "Sim, claro que sim."
Aluno 4 – "É na mesma matemática!"
Aluno 1 – "Sim, assim fica mais na nossa memória. Podemos ver a matemática à nossa volta."

Aluno 3 – “Agora vou estar a ver as construções e imaginar os sólidos que os formam.”

Monitor – “Numa escala de 1 a 5 quanto é que classificam este problema quanto ao facto de despertar o vosso interesse para a Matemática? Sabendo que 1 é nada interessante e o 5 é muito interessante.”
Aluno 6 – “Cinco.”
Aluno 4 – “Dois.”
Aluno 1 – “Cinco.”
Aluno 10 – “Três.”
Aluno 8 – “Cinco.”
Aluno 2 – “Cinco.”
Aluno 5 – “Três.”
Aluno 7 – “Quatro.”
Aluno 9 – “Quatro.”
Aluno 3 – “Cinco.”

Monitor – “Quem gostaria de realizar este tipo de problemas e outros com conteúdos escolares no Parque Infante D. Pedro através do uso de uma aplicação móvel?”
Aluno 2 – “Isso é que era a escola do futuro!”
Aluno 4 – “Muito melhor do que estarmos aqui fechados na sala.”
Aluno 1 – “Era altamente!”
Aluno 10 – “Se fosse com os nossos telemóveis…”

Anexo VII – Transcrições dos Diálogos entre os Participantes de Duas Equipas Durante a Resoluções de Problemas

- Diálogo do grupo 3 para a seleção da resposta correta na questão 13 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – "Já ouviram falar de poliedros e não poliedros? Senão cliquem no ícone a cima para saberem o que são. Eu quero saber o que é que são."
Participante C – "Eu acho que já ouvi mas não me lembro."
Participante B – "Bia…"
Participante A – "Eu não sei."

Reprodução do vídeo.

Participante A – "Sabes o que é?"
Participante C – "Acho que já sei."
Participante B – "Os não poliedros são redondos. Uma esfera é um não poliedro."
Pararam a reprodução do vídeo.

Participante A – "Sim já ouvi."
Participante B – "Não poliedro."
Participante C – "É esfera, é esfera."
Participante A – "É um cilindro! Mas que esfera? É um cilindro Manuel. Não veem ali o cilindro?"
Participantes B e C – "Ah! Ali."
Participante C – "Eu não li tudo."

- Diálogo do grupo 3 para a seleção da resposta correta na questão 16 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – "Em que sólidos distintos pode ser decomposto o torreão? O torreão? Por um cilindro. É isto não é?"
Participante B – "Qual é a pergunta?"
Participante A – "É um cilindro. Em que sólidos distintos pode ser decomposto o torreão?"
Participante C – "Prisma pentagonal."
Participante B – "Eu acho que é prisma octogonal. Espera… um, dois. Sim, é prisma octogonal."
Participante A – "Não. Em que sólidos. Está no plural."
Participante B – "Sim, por que ele tem uma, duas três…"
Participante A – "Prisma octogonal e cilindro."
Participante C – "É cilindro. Tem lá em cima um cilindro. E depois tem um prisma octogonal."

Monitor – “Verifiquem bem…Afastem-se.”
Participante C – “Semiesfera também.”
Participantes A e B – “Semiesfera?”
Participante B – “Não. Eu acho que não.”
Participante C – “Metade de uma esfera.”
Participante A – “E onde é que está? Ah!”
Participantes A e C – “Está lá em cima.”
Participante A – “Está tudo? Há aqui alguma esfera?”
Participante C – “Não, não há.”
Participante B – “Eu acho que não. Eu não sei se a semiesfera é…”
Participante A – “Eu acho que está ali em cima uma semiesfera. Não está?”
Monitor – “Afastem-se e verifiquem.”
Participantes A, B e C – “Está, está, está.”
Participante C – “Eu disse.”
Participante A – “Submeto?”
Participante C – “Sim, submete.”
Participante B – “Está certo!”

- Diálogo do grupo 3 para a seleção da resposta correta na questão 17 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – “Observa com atenção as representações gráficas. E…eu percebo isto tudo.”
Participante C – “São gráficos de…”
Participante B – “Linhas.”
Participante C - “Ai que horror! Odeio esses gráficos.”
Participante A – “Ok. Posso fechar?”
Participante C – “Sim.”
Monitor – “Depois podes voltar à imagem.”
Participante C – “Para encher o torreão com 90, credo…utilizava-se uma torneira com caudal…”
Participante A – “Posso voltar à imagem?”
Participante A – “Ah! Não.”
Participante A – “90 mil litros de água utilizava-se uma torneira com caudal constante e igual a 18 000 litros por minuto. Qual das representações gráficas corresponde à situação descrita? 90.”
Participante C – “Não percebo nada destes gráficos.”
Participante A – “90 milhares de litros.”
Participante B – “Tempo.”
Participante C – “É um minuto. Sim, eu acho que é o B. não é por nada, mas…”
Participante B – “Espera, dizia que era constante e isso acho que…”

Participante A – “Enche o torreão com 90 mil litros de água utilizava-se uma torneira com caudal constante e igual a 18 000 litros por minuto. Então para encher isto…”
Participante B – “Espera.”
Participante A – “18 mil por minuto… 18 e 18, 36. 36 e 36, 70 e qualquer coisa.”
Participante C – “Então 18 + 18+ 18+ 18 + 18 é 18 + 18.”
Participante A – “Dá 36.”
Participante C – “18 x 18.”
Participante A – “18 x 18? Passa dos 90 mil. É 18 mil. Tens aí o telemóvel?”
Participante C – “Tenho.”
Participante B – “Ah! Boa. Vamos fazer isso na calculadora, a sério?!”
Participante A – “Faz aí… 18 + 18 + 18 + 18 + 18 = 90.”
Participante C – “Uma, duas, três, quatro, cinco.”
Participante A – “5. Então tem de ser 5 minutos.”
Participante C – “Eu acho que é nenhuma das opções.”
Participante A – “5 minutos é a A. Olha ali 5 minutos. Esta não é bem 5 minutos. Ou é a C?”
Participante B – “Vamos mandar ao calhas. Qual é que querem? A A ou B?”
Monitor – “Leiam a pergunta primeiro e com atenção.”
Participante A – “Não vamos mandar ao calhas.”
Participante C – “Eu acho que é nenhuma das representações.”
Participante A – “Uma torneira com caudal constante e igual. Então tem de ser 5 minutos para encher esta coisa toda.”
Participante C – “Isto aqui é 5 minutos e é 90. Isto aqui é menos de 5 minutos e este aqui e 5 min. Ou é a B ou é a C.”
Participante A – “A B não é. A A também acho que não é! Esperem! 18 é mais ou menos ali.”
Participante B – “Tem de encher quantos litros.”
Participante A – “É a C porque esta aqui se nos virmos bem no 18 não vai bater no minuto. É a C. Ou é a B? É a C é.”

- Diálogo do grupo 4 para a seleção da resposta correta na questão 13 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – “Já ouviram falar de poliedros e não poliedros? Se não cliquem no ícone a cima para saberem o que são.”
Monitor – “Já ouviram falar?”
Participante C – “Acho que já mas já não me lembro.”
Participante B – “Já.”
Participante C – “Mete aí.”

Reprodução do vídeo

Participante C – “Fácil. Então como é que é?”
Participante A – “Qual é o não poliedro que podemos identificar neste monumento?”
Participante B – “Acho que é o cilindro.”
Participante C – “É….”
Monitor – “Então? Quando olham para o monumento…”
Participantes B e C – “É o cilindro.”
Participante A – “É o cilindro.”

- Diálogo do grupo 4 para a seleção da resposta correta na questão 16 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – “Em que sólidos distintos pode ser decomposto o Torreão?”
Monitor – “Então, quando observam o Torreão, em que sólidos distintos pode ser decomposto?”
Participante B – “Então, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito…”
Participante B – “Então num cilindro.”
Participante A – “A esfera não é.”
Participante B – “Um cilindro.”
Participante C – “Semiesfera.”
Participante A – “Sim, semiesfera lá em cima…meia esfera.”
Participante B – “Octógono.”
Participante A – “Acho que é o cilindro. Carrega no cilindro.”
Participantes C e B – “Hummm.”
Participante A – “Podes escolher vários.”
Monitor – “Podes escolher vários sim.”
Participante A – “Posso ir contar.”
Participante B – “Cilindro.”
Participante C – “Semiesfera.”
Participante A – “Quantos lados é que são?”
Monitor – “Podes ir contar.”
Participante B – “Acho que são oito.”
Participante C – “Acho que são 8.”
Participante A – “A esfera não é, prisma octogonal acho que sim, semiesfera já está e cilindro também.”
Participante C – “Acho que são oito.”
Participante C – “São oito, olha são oito.”
Participante B – “Então também é prisma octogonal.”
Monitor – “E a esfera não?”
Participantes A, B e C – “Não.”

Participante B e C – “É uma semiesfera.”
Participante A – “Posso submeter?”
Participante B – “Sim. Submete.”

- Diálogo do grupo 4 para a seleção da resposta correta na questão 17 da atividade do contexto EduPARK

Participante A – “Observa com atenção as representações gráficas.”
Monitor – “Clica na imagem. Então?”
Participante A – “Volume, milhares de litros.”
Participante B – “Pronto.”
Participante C – “Ainda não sabes qual é a pergunta. Tens de ir ver qual é a pergunta. Depois voltamos à imagem.”
Participante A – “Posso? Para encher o torreão com 90 mil litros de água utilizava-se uma torneira com caudal constante e igual a 18 000 litros por minuto. Qual destas representações gráficas representa a situação descrita?”
Participante B – “Vai à imagem. Carrega na imagem. Era 18 mil litros por minuto. Então… não. Acho que é este. Era constante…lembram-se? Era constante. Não pode fazer assim nem assim.”
Participante C – “Acho que é este.”
Participante B – “Tem de ser constante. Eu acho que é este. Tem de ser constante. É esse. Acho que é o C.”
Participante A – “Posso?”
Participantes B e C – “Podes.”

Anexo VIII - Transcrição do *Focus group* na Academia de Verão

Monitor – "As perguntas que vos vamos fazer são mais relacionadas com a parte matemática que esteve envolvida no jogo. Então como primeira pergunta queria vos questionar se consideraram que eram difíceis ou fáceis e porquê?"
Participante A – "Achava que era mais ou menos razoável porque achei que algumas perguntas eram mais para o 6.º ano porque por exemplo o pi eu só dei no 6.º ano."

Monitor – "De uma escala de 0 a 5 quanto é que classificas a dificuldade? O zero é nada difícil e o 5 muito difícil."
Participante A – "Três."
Participante B – "Eu achei muito difíceis. Além disso eu sou do 5.º ano e havia coisas que ainda não tinha dado."
Participante C – "Eu acho que as perguntas eram razoáveis, mas por exemplo havia uma pergunta que se fosse só um grupo de 5.º ano não conseguia responder."
Monitor – "Qual era essa pergunta?"
Participante C – "Era uma pergunta, acho que era de uma equação qualquer."
Monitor – "Era a que envolvia a área do coreto?"
Participante C – "Não. Era a do pi."
Participante D – "Sim, era a da área."
Participante E – "Quem responde que tinha o pi era errado."
Participante F – "Antes nós pusemos que era 2.º ciclo, antes do jogo. E o 5.º ano faz parte do 2.º ciclo e tinha lá matéria que era só do 6.º que não aparecia no 5.º."

Monitor – "No geral demoraram muito tempo a responder a estas perguntas ou as vossas respostas foram rápidas?"
Participante B – "Mais ou menos. Porque mesmo aquelas perguntas que pareciam ser mais fáceis, como podiam ter ratoeiras, nos tivemos assim a pensar melhor para ter mais cuidado."
Participante G – "Demorámos muito."
Monitor – "Nas perguntas de matemática?"
Participante G – "Sim."
Monitor – "E porquê?"
Participante G – "Não sei, se calhar não sabíamos."
Participante H – "Demorávamos mais nas perguntas de matemática porque tínhamos de fazer os cálculos."
Monitor – "Foi preciso fazer cálculos?"
Participante H – "Não. Mentalmente."
Monitor – "Fizeste cálculos?"
Participante H – "Não. Tive de pensar."

Monitor – “Perante aquilo que observaram (monumentos, plantas, etc) no parque, propunham alguma atividade relacionada com matemática?”

Participante I – “Mandaram-nos para o lago e podiam-nos ter mandado calcular a área da circunferência do lago ou assim.”